

ANNALEN DER PHYSIK

VIERTE FOLGE. BAND 86

1. *Einzelstreuung von H-Kernen in festen Körpern;* *von Chr. Gerthsen*

1. Einleitung

In einer früheren Arbeit¹⁾ habe ich gezeigt, daß bei der Reflexion von Wasserstoffkanalstrahlen an Metallen für die mit nahezu unveränderter Geschwindigkeit gestreuten Teilchen sich wesentliche Züge der Zerstreungsgesetze der α -Strahlen bei großen Ablenkungswinkeln wiederfinden. Die Intensität der an verschiedenen Metallen gestreuten Teilchen ist dem Quadrate der Ordnungszahl und der im Kubikzentimeter enthaltenen Zahl von Atomen proportional. Für das Kraftgesetz, welches zwischen dem streuenden Atomkern und dem gestreuten Kanalstrahlenteilchen wirkt, kann man aus diesem Befunde nicht mehr schließen, als daß die wirkende Kraft der Ladung des streuenden Atomkerns proportional ist. Das Abstandsgesetz kann nur aus einer Messung der Abhängigkeit der Zahl der gestreuten Teilchen vom Ablenkungswinkel geschlossen werden. Mit α -Strahlen findet man so bekanntlich das Coulombsche Gesetz.

Messungen über die Abhängigkeit des wahrscheinlichsten Ablenkungswinkels für H^+ -Kanalstrahlen beim Durchgang durch dünne Goldfolien von Schichtdicke und Teilchengeschwindigkeit sind von E. Homma²⁾ durchgeführt. Die gefundenen Zerstreungsgesetze sind scheinbar in bemerkenswerter Übereinstimmung mit den von H. Geiger für α -Strahlen gefundenen Gesetzen der Vielfachstreuung.³⁾

1) Chr. Gerthsen, Ann. d. Phys. 85. S. 881. 1928.

2) E. Homma, Ann. d. Phys. 80. S. 609. 1926.

3) In der Arbeit fehlt freilich eine Angabe über die Messung der Geschwindigkeit der Teilchen. Es ist auffallend, daß die Geschwindigkeiten den Entladungsspannungen direkt proportional gesetzt werden. Wäre die Geschwindigkeit, wie zu erwarten, und von Rausch v. Trauben-
berg und J. Hahn an dem gleichen Rohr in einer früheren Arbeit

Die Bedingungen der Einzelstreuung von $\overset{+}{H}$ -Kanalstrahlen herzustellen, ist bisher nur noch für den Durchtritt durch Gase gelungen. G. P. Thomson¹⁾, der ihre Streuung in Wasserstoff untersucht hat, glaubt, zeigen zu können, daß für den Zusammenstoß zweier Wasserstoffkerne das Coulombsche Gesetz keine Gültigkeit besitzt. Im Gegensatz zu ihm findet R. Conrad²⁾ der jedoch nicht immer die Bedingungen für Einzelstreuung innehält, für die Streuung von $\overset{+}{H}$ -Teilchen einheitlicher Geschwindigkeit in Wasserstoff freilich nur unter Einführung von Zusatzannahmen, die Gültigkeit des Coulombschen Gesetzes bestätigt.

Nach der Rutherfordschen Streutheorie ändert sich bei kleinen Winkeln die Wahrscheinlichkeit der Streuung zwischen ψ und $\psi + d\psi$ mit $1/\psi^3$; unter Voraussetzung ihrer Gültigkeit fällt also die Intensität der gestreuten Teilchen mit zunehmendem Ablenkungswinkel außerordentlich steil ab. Mit den bisher bekannten Methoden für die Messung von Kanalstrahlen war es daher auch aussichtslos, unter den Bedingungen für Einzelstreuung über große Winkelbereiche die Verteilung der gestreuten Intensität zu untersuchen. Daher mußten sich sowohl Thomson als Conrad auf sehr kleine Streuwinkel beschränken. Bei den Untersuchungen von Conrad beträgt der maximale Streuwinkel etwa $2^\circ 20'$, bei denen von Thomson sogar nur $1^\circ 10'$. Innerhalb eines solch kleinen Winkelbereichs eine sichere Entscheidung über das Zerstreungsgesetz herbeizuführen, ist natürlich außerordentlich schwierig, und die vollkommen auseinandergehenden Ergebnisse zweier mit großer Sorgfalt durchgeführter Arbeiten zeigen, daß man sich hier an der Grenze des mit den bisherigen Mitteln des Kanalstrahlennachweises Erreichbaren befindet.

2. Der Spitzenzähler als Nachweis für Kanalstrahlen

Die Messung der Winkelabhängigkeit ließ sich über größere Bereiche nur durchführen, wenn es gelang, das ein-

(Ztschr. f. Phys. 9. S. 359. 1922) bestätigt, der Quadratwurzel aus der Entladungsspannung proportional, so hätte man eine Proportionalität mit $1/\psi^6$, also ein von dem an α -Strahlen beobachteten gänzlich abweichendes Verhalten.

1) G. P. Thomson, Ztschr. f. Phys. 46. S. 93. 1928.

2) R. Conrad, Ztschr. f. Phys. 35. S. 73. 1925; 38. S. 465. 1926.

zelne Kanalstrahlenteilchen zu beobachten, die Messung von Kanalstrahlenströmen mußte durch statistische Beobachtung der elementaren Teilchen ersetzt werden. Auch hier hat sich die universelle Verwendungsmöglichkeit des Geigerschen Spitzenzählers bewährt, der für die Beobachtung atomistischer Elementarprozesse ein unentbehrliches Hilfsmittel darstellt. Der Zähler gestattet eine quantitative Auszählung von Kanalstrahlenteilchen. Der dadurch zugänglich gewordene Intensitätsbereich entspricht einer Stromstärke von 10^{-19} bis 10^{-21} Ampere. Somit sind naturgemäß für die Untersuchung von Kanalstrahleneigenschaften eine große Zahl neuer Möglichkeiten erschlossen.

3. Ziel der vorliegenden Untersuchung

Bei den bisher von anderen Autoren durchgeführten Streuungsmessungen wurden ausschließlich Goldfolien benutzt. Infolge der hohen Ordnungszahl des Goldes ($Z = 79$) ist das Streuvermögen des Goldkerns aber so hoch, daß auch bei den dünnsten bisher benutzten Schichten die Bedingung der Einzelstreuung der H^+ -Kanalstrahlen einer Geschwindigkeit von 30 bis 50 kV nicht erreicht waren. Da das Streuvermögen mit dem Quadrate der Ordnungszahl heruntergeht, so bietet die Wahl von Zerstreufolien niedrigen Atomgewichts die größten Aussichten, in den Bereich der Einzelstreuung vorzudringen. Erfreulicherweise kennt man heute Verfahren, auch von leichteren Metallen so dünne Folien herzustellen, daß für sie die Verhältnisse der Einfachstreuung von H^+ -Kanalstrahlen im bequem zugänglichen Geschwindigkeitsbereich gewährleistet sind.

Die Untersuchung der Einzelstreuung von Wasserstoffkanalstrahlen etwa in Nickelfolien bietet die Aussicht, die Felder im Atominneren auch in erheblich größeren Abständen vom Kern auszutasten, als dieses mit den außerordentlich harten α -Strahlen möglich ist.

Bevor aber eine solche Untersuchung unternommen werden kann, müssen die Gesetze der Zerstreung sichergestellt werden. Es muß der Nachweis gebracht werden, daß auch für die Streuung von Wasserstoffkanalstrahlen die

Winkelabhängigkeit gültig ist, die nach der Rutherford'schen Streuformel durch die Proportionalität mit $1/\sin^4 \psi/2$ gegeben ist und deren strenge Gültigkeit für die Streuung von α -Strahlen durch H. Geiger und E. Marsden¹⁾ bewiesen ist.

Da die Winkelabhängigkeit von der Reinheit der streuenden Substanz unabhängig ist, wurden die im folgenden mitgeteilten Messungen mit Zerstreuungsfolien aus Zelluloid ausgeführt. Für die chemische Zusammensetzung dieser Substanz kann eine bei Dammer²⁾ angegebene Analyse zugrunde gelegt werden, aus der man die in Tab. 1 mitgeteilte prozentuale Zusammensetzung des Zelluloids ermittelt.

Tabelle 1

	Gew.-Proz.	Zahl der Grammatome/ccm für $d = 1$
Wasserstoff	5,6	0,056
Kohlenstoff	45,5	0,038
Stickstoff	7,4	0,005
Sauerstoff	41,5	0,026

Eine Diskussion des Einflusses der Mitbewegung der gestoßenen Atomkerne dieser leichten Elemente auf die Winkelabhängigkeit der gestreuten Intensität wird im Anschluß an die Darstellung der Versuchsanordnung und der gewonnenen Meßergebnisse gegeben.

4. Apparaturbeschreibung

Die Apparatur zur Erzeugung der Kanalstrahlen ist bereits beschrieben³⁾ und dort in Fig. 1 dargestellt. Die durch den Schliffkonus S_1 austretenden Kanalstrahlen werden durch ein Magnetfeld in der Kammer M um 30° abgelenkt und treten durch ein Blendensystem von 1,3 mm Durchmesser in den Beobachtungsraum. Dieser besteht aus einem großen Messingtopf von 19 cm Durchmesser und 10 cm Höhe, der durch eine aufgelegte Glasplatte verschlossen wird. Im Boden befindet sich ein zentral angebrachter Schliff S_2 , dessen Konus im Inneren auf einem radial angebrachten Arm den Zähler trägt. Er enthält

1) H. Geiger und E. Marsden, Phil. Mag. 25. S. 604. 1913.

2) O. Dammer, Chem. Technologie der Neuzeit, S. 55. 1911.

3) Vgl. Ann. d. Phys. 85. S. 888. 1928.

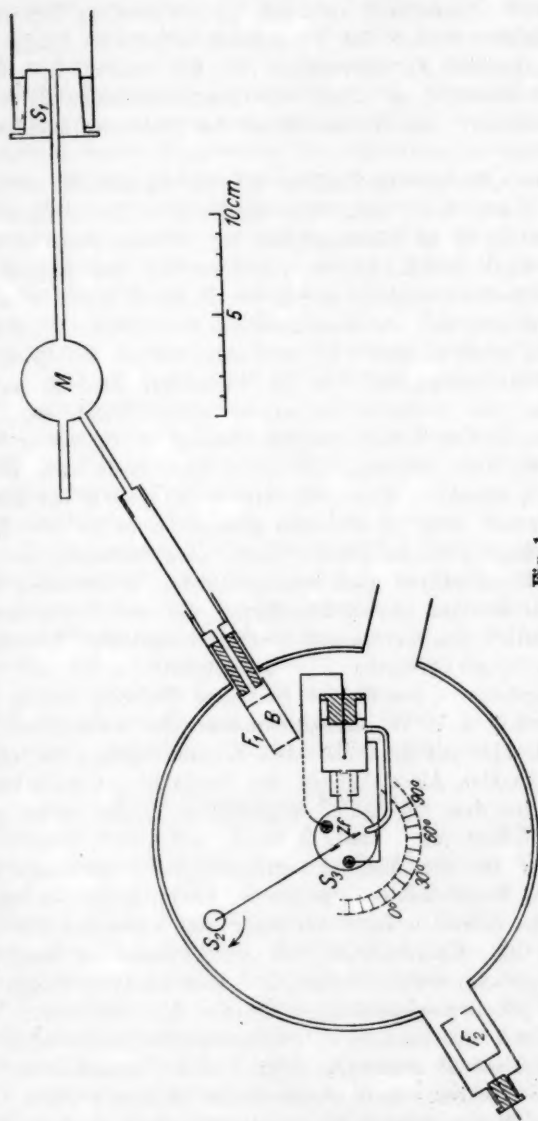


Fig. 1

sowohl die Gasleitung als auch die elektrischen Zuleitungen zum Zähler, so daß der im Betrieb befindliche Zähler über das ganze Azimut schwenkbar ist. Ein seitlich befindlicher kleiner Schliff S_2 gestattet, die Zerstreuungsfolie Zf in den Strahlengang genau in die Achse des zentralen Schliffes einzuführen.

Die Öffnung des Zählers auf der Stirnwand hat einen Durchmesser von 1 mm, über welche eine Zelluloidhaut von etwa 80 bis 90 μ Stärke gekittet ist. Dieses dünne Häutchen trägt einen Druck bis etwa 200 mm Hg und schließt den Zähler hochvakuumdicht gegen den Beobachtungsraum ab, in welchem während der Messungen ein Druck von 10^{-6} mm Hg aufrecht erhalten wird. Es wird stets mit einem Zählerdruck von 80 mm gearbeitet. Um zu vermeiden, daß die an den Wänden des Beobachtungsraumes noch einmal gestreuten Teilchen in den Zähler dringen können, ist auf seiner Stirnwand ein Rohr befestigt, das an seinem Ende eine Blende aus $\frac{2}{100}$ mm Aluminiumblech mit einer Öffnung von 2,5 mm Durchmesser trägt. Durch die geringe Dicke der Blende erreicht man, daß ein Fehler durch eine Streuung der auf seinen Rand auftreffenden Strahlen praktisch vermieden wird.

Der Abstand der Zähleröffnung von der Drehachse ist veränderlich und betrug bei den hier mitgeteilten Messungen 33 mm. Die Divergenz der von einem Punkte der Zerstreuungsfolie in den Zähler gesandten Teilchen betrug also höchstens $1^\circ 40'$. Da der Durchmesser der Auftreffstelle der Kanalstrahlen auf die Folie etwa 1,5 mm beträgt, so werden die maximalen Abweichungen der beobachteten Ablenkungswinkel von dem am Zähler eingestellten Winkel nicht mehr als $\pm 2^\circ$ betragen können.

Die für die Messung erforderlichen Intensitäten der primären Kanalstrahlen standen so reichlich zur Verfügung, daß eine äußerst scharfe Auflösung sich anwenden ließ. Es konnten also Kanalstrahlen von sehr einheitlicher Geschwindigkeit benutzt werden. Das hatte aber auch zur Folge, daß kleine Spannungsschwankungen des aus dem städtischen Netz gespeisten Transformators sich in Intensitätsschwankungen der in den Beobachtungsraum eintretenden Kanalstrahlen bemerkbar machten. Man konnte daher nicht die primär auffallenden Mengen der Zeit proportional setzen, sondern diese

mußten gesondert gemessen werden. Infolge der Zerstreuung in der Folie, der Umladungen und der Auslösung von Sekundärelektronen aus der Folie erwies sich eine Messung in dem hinteren Faradaykäfig F_2 als undurchführbar. Diese Schwierigkeit wurde dadurch umgangen, daß das Blendensystem B als Faradaykäfig ausgebildet wurde, der mit einem in der Figur nicht gezeichneten geerdeten Schutzzyylinder umgeben war. Der zentrale Teil des in den Käfig eintretenden primären Bündels durchsetzte die Blenden und fiel dann auf die Zerstreuungsfolie Zf . Der als Faradaykäfig dienende Zylinder F_1 war mit einem Binantelektrometer verbunden. In der Tat war die durchtretende Menge der einfallenden Menge stets proportional, wie gleichzeitige Messung der Aufladung beider Faradaykäfige F_1 und F_2 ergab, wenn die Zerstreuungsfolie aus dem Strahlengang entfernt wurde.

Da die gestreuten Intensitäten sich in dem untersuchten Winkelbereich im Verhältnis 800:1 ändern, mußten, um zu vergleichbaren Werten zu kommen, die primären Mengen im entsprechenden Verhältnis geändert werden. Das wurde durch Änderung der Härte des Entladungsrohres erreicht, dessen Kanalstrahlergiebigkeit in starkem Maße von der Härte abhängig ist. Um für die Beurteilung der auftretenden Menge die gleiche Genauigkeit zu bewahren, wurde bei höheren Intensitäten die Mengenempfindlichkeit des Elektrometers durch hinzugeschaltete Kapazität geändert.

Die Ausschläge des mit dem Zähler verbundenen Elektrometers wurden auf einem Bromsilberfilm registriert.

5. Ausführung der Messungen

Zunächst wurde geprüft, ob die Zahl der vom Zähler angezeigten Atome allein von der auftreffenden Menge abhängt. So wurden bei einer Winkelstellung des Zählers von 30° für die gleiche Aufladung des Elektrometers 141, 136 und 138 Ausschläge registriert, wenn die zu dieser Aufladung nötigen Zeiten im Verhältnis von etwa 1:2:6 geändert wurden. Es ist das eine Übereinstimmung, die weit innerhalb der zulässlichen statistischen Schwankungen liegt. Die Zahl der durch die natürliche Zerstreuung bedingten spontanen Ausschläge war äußerst gering und betrug nicht mehr als im Mittel einen Ausschlag in 2—3 Minuten. Diese Zahl veränderte sich nicht,

wenn nach Entfernung der Zerstreuungsfolie aus dem Strahlengang die volle Kanalstrahlenintensität in den Beobachtungsraum trat, wie auch die Winkelstellung des Zählers innerhalb des untersuchten Winkelbereichs gewählt wurde. Es war also an der beobachteten Zahl von Ausschlägen infolge von Fehlausschlägen keine merkliche Korrektur anzubringen.

Die Messungen geschahen in der Weise, das für zwei zu vergleichende Winkelstellungen des Zählers das Binantelektrometer mit geeignet zugeschalteter Kapazität auf die gleiche Spannung aufgeladen wurde. Die Tab. 2 zeigt die an einer Folie von etwa $50\ \mu\mu$ Dicke gewonnenen Resultate. Die Geschwindigkeit der Kanalstrahlen betrug 30 kV.

Tabelle 2

1		2		3	4
ψ_1	gegen ψ_2	Gezählte Ausschl.		Beobacht.	$\sin^4 \frac{\psi_2}{2}$
		n_{ψ_1}	n_{ψ_2}	$\frac{n_{\psi_1}}{n_{\psi_2}}$	$\sin^4 \frac{\psi_1}{2}$
20°	30°	1272	260	4,90	4,94
30	40	136	44	3,09	3,05
30	50	1144	$\frac{1}{2} \cdot 850$	7,09	7,14
60	90	$\frac{4}{5} \cdot 951$	318	4,0	4,0
70	90	1613	668	2,42	2,32
105	135	1884	$\frac{1}{2} \cdot 2096$	1,80	1,83
120	135	735	573	1,28	1,30

Die in der Hauptspalte 2 an einigen Ziffern angebrachten Faktoren rechnen die Zahl der durch den Versuch ermittelten Ausschläge um auf die Zahl, die der primären Intensität entspricht, auf welche die Angaben für die zugeordnete Winkelstellung sich beziehen.

Man erkennt aus dieser Tabelle eine überraschend gute Übereinstimmung mit der theoretischen Erwartung: Die in dem Winkelbereich von 20—135° gestreuten H-Teilchen sind der 4. Potenz vom Sinus des halben Ablenkungswinkel umgekehrt proportional.

Messungen an einer Zerstreuungsfolie von $100\ \mu\mu$ Dicke ergaben die gleiche Winkelabhängigkeit für die gestreute Intensität. Damit ist der experimentelle Nachweis für die Existenz der Einzelstreuung von H-Kanalstrahlen einer Geschwindigkeit von 30 kV in Zelluloidfolien bis zu $100\ \mu\mu$ Dicke gebracht.

6. Diskussion des Einflusses der Mitbewegung der gestoßenen Atomkerne auf die beobachtete Winkelverteilung

Es muß noch der Nachweis geführt werden, daß die Berücksichtigung der Mitbewegung des gestoßenen Atomkerns, der einen Teil des Impulses vom stoßenden Kanalstrahlenteilchen übernimmt, keine merkliche Änderung an den zugrunde gelegten Verhältnissen bedingt.

Die Berücksichtigung der Impulsübertragung auf den Kern führt nach C. G. Darwin¹⁾ zu folgenden Formeln:

a) die Kernmasse M sei größer als die Masse m des stoßenden Teilchens, $M > m$

$$(1a) \, dN_M = N x d\Omega n \frac{1}{V^4} \frac{Z^2 e^4}{m^2} \frac{1}{4} \left(\operatorname{cosec}^4 \frac{\psi}{2} - 2 \left(\frac{m}{M} \right)^2 + \dots \right).$$

$$b) \, M = m$$

$$(1b) \, dN_m = N x d\Omega n \frac{1}{V^4} \frac{e^4}{m^2} 4 \cos \psi \operatorname{cosec}^4 \psi (1 + \operatorname{tg}^4 \psi).$$

Hier bedeuten N die Zahl der auffallenden, dN die Zahl der in den Raumwinkel $d\Omega$ gestreuten Teilchen, e die Elementarladung, Z die Ordnungszahl, V die Geschwindigkeit des stoßenden Teilchens, ψ den Ablenkungswinkel und x die Dicke der durchsetzten Schicht, die im Kubikzentimeter n Atome enthält.

Für den Stoß gegen die schweren Atomkerne ist also von den 4. Potenzen der Cosecanten des halben Ablenkungswinkels der Ausdruck $2 \left(\frac{m}{M} \right)^2$ zu subtrahieren. Man rechnet leicht nach, daß die in der letzten Spalte der Tab. 2 angegebenen Zahlen auch bei den größten Winkeln für das leichteste der gestoßenen schweren Atome, den Kohlenstoff, noch nicht einmal um 5 Promille verändert werden.

Etwas eingehenderer Diskussion bedürfen die Verhältnisse bei dem Zusammenstoß der H-Teilchen mit den im Zelluloidhäutchen enthaltenen Wasserstoffatomen. Die auf gleiche Zahl streuender Teilchen von der Masse m und M , letztere mit der Kernladung Ze , bezogenen, unter dem Ablenkungswinkel gestreuten Mengen verhalten sich nach Gleichungen (1a) und (1b) wie folgt

$$(2) \quad \frac{dN_M}{dN_m} = \frac{Z^2 \operatorname{cosec}^4 \frac{\psi}{2}}{16 \cos \psi \operatorname{cosec}^4 \psi (1 + \operatorname{tg}^4 \psi)}.$$

1) C. G. Darwin, Phil. Mag. 27. S. 499. 1914.

Führt man für einen Ablenkungswinkel $\psi = 30^\circ$ und Zelluloid, für dessen Zusammensetzung die Angaben der Tab. 1 zugrunde gelegt werden, die Rechnung durch, so erkennt man, daß auf 306 in diesen Winkelbereich gestreute Teilchen fünf an Wasserstoffkernen abgelenkte Teilchen, also etwa 1,6 Proz. der Gesamtzahl entfallen. Für $\psi = 20^\circ$ beträgt der Anteil an Teilchen, die an Wasserstoffatomen gestreut sind, 1,4 Proz. Das in Spalte 4 mitgeteilte Verhältnis wäre daher durch das Verhältnis

$$\frac{\frac{1}{\sin^4 \frac{\psi_1}{2}} (1 + 0,014)}{\frac{1}{\sin^4 \frac{\psi_2}{2}} (1 + 0,016)} = 0,998$$

zu ersetzen. Auch hier wird also eine Korrektur vollkommen zu vernachlässigen sein, da sie weniger als 2 Promille des angegebenen Verhältnisses ausmacht. Ganz entsprechend überlegt man, daß für $\rho_{M, 30, 50}$ eine Korrektur anzuwenden ist, die zwischen 0,5 und 1 Proz. liegt.

Mit zunehmendem Winkel nimmt nun freilich die Zahl der von einem Zusammenstoß mit einem Wasserstoffatom herührenden H-Teilchen wieder zu; zu den abgelenkten primären treten gestoßene Wasserstoffatome des Zelluloids.¹⁾ Da aber die Geschwindigkeit dieser in der Richtung ψ fliegenden H-Teilchen aus Energie- und Impulserhaltungsrücksichten $V \cos \psi$ ist, so nimmt mit zunehmendem Ablenkungswinkel auch ihre Energie sehr stark ab, so daß sie aus diesem Grunde bald nicht mehr die Zerstreungsfolie verlassen bzw. die Abschlußfolie des Zählers durchsetzen können und daher nicht mehr zur Registrierung gelangen. Jenseits von 90° kommen nur solche Teilchen in Frage, die an den schweren Atomkernen

1) Bei 60° müßten sie schon 14 Proz. aller beobachteten Teilchen ausmachen. Die Geschwindigkeit dieser Teilchen beträgt aber nur noch 7,5 kV. Aus früheren nicht veröffentlichten Messungen können wir schließen, daß für die Geschwindigkeit von 7 kV. höchstens der 5. Teil dieser Atome die Zelluloidfolien zu durchdringen vermögen, außerdem ist es durchaus möglich, daß der Wirkungsgrad des Zählers für so langsame Teilchen erheblich nachläßt. Die Energie der unter 70° gestreuten Atome liegt etwas unter 3,5 kV; nach unseren früher gemachten Erfahrungen werden sie überhaupt nicht mehr zum Verlassen der Zerstreungsfolie bzw. zum Eintritt in den Zähler befähigt sein.

gestreut sind, da eine Rückwärtsstreuung an Wasserstoffkernen nach der Stoßmechanik ausgeschlossen ist.

7. Experimentelle Ermittlung des Verhältnisses der Zahl der gestreuten Teilchen zur Zahl der einfallenden Teilchen

Der Bruchteil der Gesamtzahl von Teilchen, welche bei der Durchquerung der Folie in den Raum zwischen den beiden Kegeln mit den Öffnungswinkeln ψ_1 und ψ_2 abgelenkt werden, beträgt

$$(3) \quad \frac{\Delta N}{N} = \frac{\pi}{4} x \left(\operatorname{ctg}^2 \frac{\psi_1}{2} - \operatorname{ctg}^2 \frac{\psi_2}{2} \right) \sum n_i b^2_i$$

wo n_i die Zahl der Atome der i -ten Art im Kubikzentimeter bedeutet und b_i den nächsten Abstand angibt, auf den bei zentralem Stoß die Teilchen bei der gegebenen Anfangsgeschwindigkeit gegen den Atomkern der i -ten Art herangeschossen werden können.

Wir wählen als Ablenkungswinkel den Winkel 90° , weil wir es dann allein mit den an C , N und O gestreuten Teilchen zu tun haben. Es sind dann gemäß den mitgeteilten Abmessungen des Apparats

$$\psi_1 = 90^\circ - 50', \quad \psi_2 = 90^\circ + 50'.$$

Das Häutchen von der Dicke $5 \cdot 10^{-6}$ cm war unter einem Winkel von 45° in den Strahlengang gestellt. Aus der in der Tab. 1 angegebenen Zahl von Grammatomen im Kubikzentimeter findet man:

$$\sum n_i b^2_i = 44,7.$$

Durch Einsetzen dieser Werte in (3) erhält man

$$\frac{\Delta N}{N} = 15,5 \cdot 10^{-6}.$$

In die Zähleröffnung tritt hiervon jedoch nur der Bruchteil $3,8 \cdot 10^{-3}$, so daß von N -Atomen des primären Strahls

$$\Delta N_z = N \cdot 0,6 \cdot 10^{-7}$$

vom Zähler angezeigt werden sollten.

Beobachtet wurden unter den angegebenen Bedingungen 310 Ausschläge, wenn das mit dem Faradaykäfig F_1 und einer zugeschalteten Kapazität von $1/100 \mu\text{F}$ verbundene Binantelektrometer auf 0,34 Volt aufgeladen wurde. Der 5,8. Teil der in F_1 aufgefundenen Menge tritt durch die Blendenöffnung. Man

berechnet leicht, daß von N auf die Zerstreuungsfolie auf-
fallenden Atomen

$$\Delta N_s = N \cdot 0.8 \cdot 10^{-7}$$

Atome vom Zähler angezeigt worden sind. Man kann bei der Unsicherheit, die über die Zusammensetzung des benutzten Zelluloid und seine willkürlich gleich 1 gesetzte Dichte herrscht, wohl keine bessere Übereinstimmung mit der Theorie erwarten.

Wir glauben aber durch diese Übereinstimmung auch gezeigt zu haben, daß der Wirkungsgrad des von uns benutzten Zählers nahe an 1 liegt. Gerade die hier mitgeteilten Messungen der Zerstreuung an dünnen Zelluloidhäutchen zeigen, daß der Bruchteil der durch Rückwärtsstreuung verloren gehenden neben den das Verschlüßhäutchen durchsetzenden Strahlen völlig zu vernachlässigen ist. Daß aber auch kleine Ionenmengen vom Zähler mit einem Wirkungsgrad nachgewiesen werden, der je nach den individuellen Eigenschaften des Zählers zwischen 0,5 und 1 liegt, hat M. Steenbeck¹⁾ für absorbierte Strahlungsquanten der K-Strahlung des Chroms und des Kupfers nachgewiesen. Zweifellos liegen die Verhältnisse in dem von uns benutzten Zähler noch günstiger.

8. Zusammenfassung

Der Nachweis einzelner Kanalstrahlenteilchen wurde durch die Anwendung des Geigerschen Spitzenzählers ermöglicht.

Hierdurch konnte die Einzelstreuung von Wasserstoffkanalstrahlen untersucht werden. Die Winkelabhängigkeit der in verschiedene Richtungen und die absolute Zahl der in einen bestimmten Raumwinkel gestreuten Atome wird mit sehr guter Übereinstimmung durch die Rutherfordsche Streuformel wiedergegeben.

Hrn. Prof. Kossel sowie Hrn. Prof. Geiger möchte ich für das meiner Arbeit entgegengebrachte Interesse herzlich danken. Hr. cand. phys. H. Hansen hat mich in dankenswerter Weise bei der Ausführung von Messungen unterstützt.

Kiel, Physik. Institut. d. Univers., den 8. Juni 1928.

1) W. Kossel u. M. Steenbeck, *Ztschr. f. Phys.* 42. 832. 1927.

2. Folgerungen aus der atomistischen Konstitution der Lichtenergie;

von J. Stark

Aus mehreren Erfahrungen läßt sich folgern¹⁾, daß die elektromagnetische Energie des Lichtes in der Form von individuellen Körpern raumzeitlich verteilt ist, welchen eine bestimmte Frequenz n und ein bestimmter Energiebetrag $h \cdot n$ (h Plancksche Konstante) eigentümlich ist. An anderer Stelle¹⁾ habe ich den strukturellen und genetischen Zusammenhang zwischen einem Lichtwirbel und dem elektromagnetischen Feld eines Elektrons (Quantenwirbel) dargelegt; hier sei auf Folgerungen hingewiesen, die sich aus der individuellen Struktur der Lichtenergie ergeben.

Da die Energie eines Lichtwirbels ausschließlich durch seine Frequenz bestimmt ist, so dürfen wir wohl folgern, daß Lichtwirbel, welche zwar von verschiedenen Emissionsquellen kommen, aber gleiche Frequenz und gleiche Polarisierung (Winkel zwischen Fortpflanzungsachse und Drehachse) haben, eine kongruente Struktur besitzen. Gleichfrequente und gleichpolarisierte Lichtwirbel tragen also in ihrer Struktur keine Erinnerung an ihre Emissionsquellen mit sich. Hieraus folgt weiter, daß der Vorgang der Emission, in welchem sich ein Lichtwirbel aus den elektromagnetischen Feldern von Elektronen und Archionen ablöst, bei gleicher Frequenz und Polarisierung in verschiedenen Emissionsquellen der gleiche ist. Diese Übereinstimmung gilt auch für die Zeitdauer dieses Vorganges. Ob also ein Lichtwirbel beim Schwanken eines Elektrons von einer höheren nach einer niedrigeren Gleichgewichtslage an einem Atom (Frequenz eines Serienspektrums) oder beim Stoß

1) J. Stark, Atomstruktur und Atombindung, Polytechnische Buchhandlung A. Seydel, Berlin 1928.

eines Kathodenstrahlelektrons auf ein Atom (Frequenz eines kontinuierlichen Spektrums) emittiert wird, in beiden Fällen ist die Emissionszeit und die Struktur der emittierten Lichtwirbel die gleiche, wenn diese gleiche Frequenz und gleiche Polarisierung haben. Gemäß dieser Auffassung können die Abklingzeiten, welche W. Wien¹⁾ und H. Kerschbaum²⁾ an Kanalstrahlen für Serienlinien ermittelt und für angenähert gleich große Frequenzen verschieden groß gefunden haben, nicht die Zeitdauer der Ablösung der Lichtenergie aus dem elektromagnetischen Atomfeld charakterisieren, sondern sie beschreiben die unmittelbare Vorgeschichte dieses Vorganges im Durchschnitt über das Aggregat der an der Emission beteiligten Atome.

Die vorstehende Folgerung ist im Einklang mit dem Bild, das ich von dem elementaren Vorgang der Lichtemission in meiner Schrift über die Atomstruktur entworfen habe.

Eine weitere Folgerung betrifft die Struktur der Lichtenergie in dem Falle, daß sie von einem bewegten Atom (Geschwindigkeit v) emittiert wird. Gemäß der Ätherwellentheorie ist die Länge der Kugelwelle, welche von einem bewegten Emissionszentrum weg nach allen Seiten sich ausbreitet, für eine jede Emissionsachse abhängig von dem Winkel zwischen dieser Achse und der Geschwindigkeitsachse; es werden gleichzeitig alle Frequenzen zwischen $n_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$ und $n_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)$ emittiert. Hierbei ist v die Geschwindigkeit des emittierenden materiellen Körpers in bezug auf das als ruhend angenommene Lichtwellenmedium Äther, n_0 die für $v = 0$ emittierte Frequenz.

Gemäß der von mir vertretenen Auffassung von der atomistischen Konstitution der Lichtenergie wird auch in diesem Falle nur eine einzige Frequenz emittiert, nämlich die Frequenz $n_0 \left(1 + \frac{v}{c} \cos \varphi\right)$, worin φ der Winkel zwischen der Geschwindigkeitsrichtung und der Emissionsrichtung oder $v \cos \varphi$ die Geschwindigkeitskomponente nach der Emissions-

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 60. S. 597. 1919; 66. S. 229. 1920; 73. S. 483. 1924; 83. S. 1. 1927,

2) H. Kerschbaum, Ann. d. Phys. 79. S. 465. 1926; 83. S. 287. 1927; 84. S. 930. 1927.

richtung ist. Gemäß dieser Auffassung stellt sich die Frequenz und somit die Energie des zur Emission kommenden Lichtwirbels auf eine Geschwindigkeit des emittierenden Körpers ein. Damit diese Einstellung erfolgen kann, muß für die beiden Körper eine Festsetzung darüber bestehen, was als Geschwindigkeit des emittierenden Körpers zu gelten hat. Die bisherige Erfahrung legt folgende Antwort auf die vorstehende Frage nahe, unter Verzicht auf die Hilfsvorstellung des Äthermediums.

Ein kugelförmiger Körper soll an allen Stellen seiner Oberfläche chemisch und physikalisch gleich beschaffen sein; er soll in zeitlich konstanter Stärke Licht emittieren; außer von seiner eigenen Gesamtstrahlung E soll er von der Strahlung keines anderen materiellen Körpers eine Kraft erfahren. Es soll die Kraft \mathfrak{K} auf den Körper ermittelt werden, welche er von seiten seiner eigenen Strahlung E erfährt, und zwar im Unterschied von dem Falle, daß seine Strahlung Null ist. Aus den Werten von E , \mathfrak{K} und der Lichtgeschwindigkeit c kann dann die eigene Geschwindigkeit v des Körpers, welche die Wechselwirkung zwischen ihm und seiner Lichtemission bestimmt, berechnet werden gemäß der Beziehung:

$$\mathfrak{K} = - \frac{v}{c^2} E.$$

Die im Vorstehenden definierte Eigengeschwindigkeit eines Körpers kann man auch als absolut bezeichnen, insofern sie allein auf den Körper und seine Eigenstrahlung, unabhängig von einem weiteren materiellen Körper, bezogen ist und den absoluten Betrag der Energie des Körpers mitbestimmt. Sie ist identisch mit der sogenannten absoluten Geschwindigkeit in bezug auf den Lichtäther, die ich noch in meiner Axialitätsschrift¹⁾ der Definition des absoluten Dopplereffektes zugrunde legte. Wie ich in dieser Schrift gezeigt habe, läßt sich an der Frequenz der Strahlung in der optischen Beziehung zwischen zwei materiellen Körpern mit Hilfe des beobachtbaren Dopplereffektes nicht die absolute Geschwindigkeit eines der zwei

1) J. Stark, Die Axialität der Lichtemission und Atomstruktur, Polytechnische Buchhandlung A. Seydel, Berlin 1927.

Körper, sondern nur ihre relative Geschwindigkeit nachweisen. Dagegen wird es einmal möglich sein, die absolute oder eigene Geschwindigkeit eines Körpers, die er gemeinsam mit der Erde besitzt, aus der Messung der Kraft $\mathfrak{R} = - \frac{v}{c^2} E$ auf einen emittierenden Körper innerhalb eines Laboratoriumsraumes zu ermitteln, sobald eine hinreichend empfindliche Methode zur Messung dieser Kraft gefunden ist.

Ullersricht bei Weiden, Oberpfalz.

(Eingegangen 20. Juni 1928)

3. *Über das Verhalten der radiotelegraphischen Wellen in der Umgebung des Gegenpunktes der Antenne und über die Analogie zu den Poissonschen Beugungserscheinungen;*
von Johann Gratsiatos

§ 1. Einleitung

Das Problem der Ausbreitung der Wellen der drahtlosen Telegraphie über die Erdkugel auf Grund der Maxwell'schen Gleichungen ist in den letzten 20 Jahren von verschiedenen Autoren mit verschiedenen Resultaten behandelt worden.

Die Durchführung der Rechnung im Falle der vollkommen leitenden Erde ergibt für das elektrische Potential, aus welchem das elektromagnetische Feld abgeleitet wird, die Reihe:

$$(1) \quad u = \frac{2i}{\pi a r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\zeta_n(xr)}{Z_n(xa)} P_n(\cos \vartheta).$$

Hier ist a der Erdradius, $x = \frac{2\pi}{\lambda}$ (λ = Wellenlänge), r und ϑ die Polarkoordinaten des Aufpunktes;

$$\zeta_n(xr) = i \sqrt{\frac{\pi}{2xr}} H_{n+\frac{1}{2}}^1(xr),$$

wo $H_{n+\frac{1}{2}}^1$ die erste Hankelsche Funktion vom Index $n + \frac{1}{2}$

und $Z_n(xr) = \frac{d}{d(xr)} (xr \zeta_n(xr))$.

Um die Lösung zu diskutieren, muß man aber obige Reihe wegen ihrer schlechten Konvergenz transformieren, was ziemlich lange Rechnungen erfordert und die verschiedenen Autoren zu ganz verschiedenen Ergebnissen geführt hat.

So fanden Poincaré¹⁾, Nicholson²⁾, und Macdonald³⁾, daß die Amplitude der Wellen von ϑ exponentiell abhängt und

1) H. Poincaré, Rendiconti Palermo 29. 1910.

2) J. W. Nicholson, Phil. Mag. 20. S. 157. 1910; 21. S. 62. 1910.

3) H. M. Macdonald, Proc. Roy. Soc. 90. S. 50. 1914.

infolgedessen sehr stark adgedämpft wird. Für den Dämpfungskoeffizienten gab Poincaré keinen numerischen Wert. Bei Nicholson und Macdonald war die Dämpfung so stark, daß die praktischen Ergebnisse der drahtlosen Telegraphie nicht erklärt werden konnten.

March¹⁾ benutzte eine Integraldarstellung willkürlicher Funktionen auf der Kugel und brachte dadurch das elektrische Potential auf die Form eines bestimmten Integrals. Die approximative Berechnung des letzteren schien für u einen Ausdruck ohne exponentielle Dämpfung zu geben. Durch eine etwas verschiedene Annäherung fand Rybczinsky²⁾ wieder eine Dämpfung, wobei aber der Dämpfungskoeffizient viel kleiner war als bei Macdonald.

Love³⁾ veröffentlichte einen zusammenfassenden Bericht, in welchem er die Richtigkeit der Marchschen Integraldarstellung bezweifelte. Er berechnete numerisch die Reihe (1) für die Wellenlänge $\lambda = 5$ km und verschiedene Werte von β und fand Zahlenwerte, die mit Macdonalds Formel übereinstimmten.

Die erste einwandfreie Methode zur Diskussion der Reihe (1) hat Watson⁴⁾ angegeben. Er hat die Reihe in ein komplexes Integral transformiert, das sich näherungsweise in eine schnell konvergierende Reihe entwickeln läßt. Auf Grund der letzteren läßt sich dann das Potential leicht diskutieren.

In einer zweiten Abhandlung hat Watson⁵⁾ dasselbe Problem unter Annahme einer leitenden oberen Luftschicht (Heavisideschicht) behandelt. Er konnte zeigen, daß wenn die Heavisideschicht als unvollkommener Leiter angesehen wird, die Ergebnisse der Erfahrung völlig erklärt werden können. Während sich nämlich aus der früheren Theorie ein zu großer Dämpfungskoeffizient ergibt, erhielt Watson unter geeigneten Annahmen über die Heavisideschicht eine den Beobachtungen entsprechende Dämpfung.

1) H. W. March, Diss. München 1911.

2) W. v. Rybczinsky, Ann. d. Phys. 41. S. 191. 1913.

3) A. E. H. Love, Phil. Trans. Roy. Soc. A. 215. S. 105. 1915.

4) G. N. Watson, Proc. Roy. Soc. A. 95. S. 83. 1918.

5) G. N. Watson, Proc. Roy. Soc. A. 95. S. 546. 1919.

Laporte¹⁾ hat endlich gezeigt, daß die Marchsche Integraldarstellung mit der Watsonschen komplexen Integraldarstellung identisch ist, nur ist die von March und Rybczinsky benutzte Approximation auf kleine Entfernungen vom Sender beschränkt und gibt daher, allgemein angewendet, unrichtige Resultate, woraus sich die Abweichungen obiger Autoren erklären.

In dieser Arbeit, die ich auf Veranlassung von Hrn. Professor Sommerfeld unternahm, wird das elektromagnetische Feld einer linearen Antenne in der Umgebung des Antipodenpunktes des Senders abgeleitet und diskutiert. Die Formel, welche für das elektrische Potential u gewonnen wird, zeigt ein starkes Anwachsen desselben in der Umgebung der Stelle

$\vartheta = \pi$, da sie den Faktor $\frac{1}{\sqrt{\sin \vartheta}}$ enthält. Bei der Ableitung

dieser Formel wird allerdings von der asymptotischen Darstellung der Kugelfunktion $P_n(-\cos \vartheta)$ Gebrauch gemacht, welche für $\vartheta = \pi$ nicht mehr gültig ist. Das Anwachsen des Potentials deutet aber immerhin auf die Existenz eines Gegenpols hin, wo das Potential zwar nicht unendlich groß wird, wohl aber ein Maximum besitzt und infolgedessen eine Konzentration von elektromagnetischer Energie stattfindet. Die Diskussion zeigt, daß dieses Maximum (sowie ein Maximum der elektrischen Feldstärke) tatsächlich existiert, daß wir es also mit einer Beugung der elektromagnetischen Wellen durch die Erdkugel und mit einer Verstärkung derselben im Antipodenpunkte des Senders zu tun haben. Diese Erscheinung wird dann mit den Beugungserscheinungen hinter einem runden undurchsichtigen Schirme, den sogenannten Poissonschen Beugungserscheinungen verglichen. Es wird eine große Ähnlichkeit zwischen beiden festgestellt. Hierbei wird von der Berücksichtigung einer atmosphärischen Inhomogenität (Heavisideschicht) abgesehen.

Wir knüpfen an die Darstellung an, die Hr. Professor Sommerfeld²⁾ kürzlich gegeben hat, der wir auch in den Bezeichnungen folgen.

1) O. Laporte, Ann. d. Phys. 70. S. 595. 1923.

2) Riemann-Webers Differentialgleichungen der Physik, II. Teil, Braunschweig 1927 S. 583.

§ 2. Ableitung des elektrischen Potentials

Die Sendeantenne wird, wie gewöhnlich, zu einem vertikal und harmonisch schwingenden elektrischen Dipol idealisiert.

Wir benutzen Polarkoordinaten r, ϑ, φ , wobei der Koordinatenanfangspunkt mit dem Erdmittelpunkt die Achse $\vartheta=0$ mit der Dipolachse zusammenfällt.

Das elektromagnetische Feld in der Luft berechnet sich aus einem Potential u durch die Gleichungen:

$$(2) \quad \begin{cases} \mathfrak{E}_r = x^2 r u + \frac{\partial^2(r u)}{\partial r^2}, & \mathfrak{E}_\vartheta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2(r u)}{\partial r \partial \vartheta}, & \mathfrak{E}_\varphi = 0, \\ \mathfrak{H}_r = \mathfrak{H}_\vartheta = 0, & \mathfrak{H}_\varphi = -\frac{i c}{\omega} x^2 \frac{\partial(r u)}{\partial \vartheta}. \end{cases}$$

Hier ist \mathfrak{E} die elektrische, \mathfrak{H} die magnetische Feldstärke, $\omega = \pi c$ die Kreisfrequenz der Dipolschwingung. Es wurde für die Luft die Dielektrizitätskonstante ε und die magnetische Permeabilität μ gleich 1 gesetzt, die elektrische Leitfähigkeit $\sigma = 0$ und der Zeitfaktor $e^{-i\omega t}$ überall weggelassen.

Wenn noch die Erde als idealer Leiter mit $\sigma = \infty$ und $\mu = 1$ und der elektrische Dipol als auf der Erdoberfläche befindlich angenommen wird, so läßt sich u durch die schon angeführte Reihe darstellen:

$$(1) \quad u = \frac{2i}{\pi a r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\zeta_n(xr)}{Z_n(xa)} P_n(\cos \vartheta).$$

Diese Reihe wird durch Anwendung des Residuensatzes in das komplexe Integral verwandelt:

$$(3) \quad u = \frac{1}{\pi a} \int t dt \frac{\zeta_{t-1/2}(xr)}{Z_{t-1/2}(xa)} \frac{P_{t-1/2}(-\cos \vartheta)}{\cos \pi t},$$

genommen längs einer Schleife S um die positiv reelle t -Achse, oder längs einer Parallelen zur reellen t -Achse, oberhalb derselben (Fig. 1). Durch Verlegung des letzten Integrationsweges ins Unendliche und nochmalige Anwendung des Residuensatzes läßt sich das Integral (3) in die Reihe transformieren

$$(4) \quad u = \frac{2\pi i}{\pi a} \sum_{n=0}^{\infty} t_n \frac{\zeta_{t_n-1/2}(xr)}{\left\{ \frac{d}{dt} Z_{t-1/2}(xa) \right\}_{t=t_n}} \cdot \frac{P_{t_n-1/2}(\cos \vartheta)}{\cos \pi t_n}.$$

t_n bedeutet die n -te Wurzel von $Z_{t^{-1/2}}(\kappa a)$, als Funktion von t betrachtet, und zwar die in der positiv-imaginären t -Ebene gelegene, ϑ' ist gleich $\pi - \vartheta$ gesetzt.

Die Wurzeln t_n ergeben sich angenähert aus der asymptotischen Darstellung von $Z_{t^{-1/2}}(\kappa a)$ für große Werte des Argu-

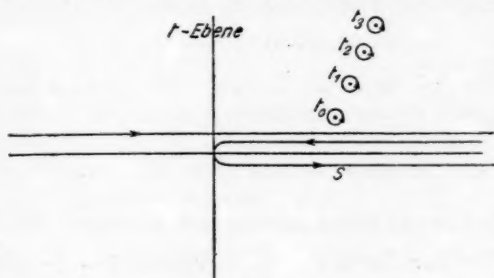


Fig. 1

mentes und des Index. Zunächst gilt für $H_t^1(x)$ die asymptotische Darstellung

$$(5) \quad H_t^1(x) = -\frac{2i}{\pi} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{x}{2} \sin \tau\right)^{1/2}} \cos \left\{ \frac{\pi}{4} + (\sin \tau - \tau \cos \tau) \right\},$$

welche nach Debye¹⁾ aus der Integraldarstellung von $H_t(x)$ durch die Methode der Sattelpunkte gewonnen wird. Die Lage des Sattelpunktes τ in der Integrationsebene folgt aus der Gleichung

$$\cos \tau = \frac{t}{x}.$$

Aus (5) ergibt sich als asymptotische Darstellung für $\zeta_{t^{-1/2}}(\kappa r)$ und $Z_{t^{-1/2}}(\kappa a)$:

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} \zeta_{t^{-1/2}}(\kappa r) &= i \sqrt{\frac{\pi}{2\pi r}} H_t^1(\kappa r) \\ &= \frac{2}{\kappa r (\sin \tau)^{1/2}} \cos \left\{ \frac{\pi}{4} + \kappa r (\sin \tau' - \tau' \cos \tau') \right\} \\ Z_{t^{-1/2}}(\kappa a) &= \frac{d}{d(\kappa a)} (\kappa a \zeta_{t^{-1/2}}(\kappa a)) = 2(\sin \tau)^{1/2} \sin z, \end{aligned} \right.$$

1) Sitzungsber. d. Bayer. Akad. 1910. 5. Abhandl.

mit $z = \frac{\pi}{4} + \kappa a (\sin \tau - \tau \cos \tau) \cdot \tau$ und τ' sind nach dem oben Gesagten aus den Gleichungen zu berechnen

$$\cos \tau = \frac{t}{\kappa a}, \quad \cos \tau' = \frac{t}{\kappa \tau}.$$

Die Wurzeln von Z sind nach (6) durch

$$\sin z = 0, \quad z = n\pi$$

gegeben, wobei nach der Theorie von Debye $n \leq 0$. Wenn wir also statt $n - n$ schreiben ($n \geq 0$), so gilt

$$(7) \quad \kappa a (\sin \tau - \tau \cos \tau) = -\frac{4n+1}{4} \pi.$$

Da $\kappa a \gg 1$, so ist τ bei nicht zu großem n klein. Wir können also in (7) $\sin \tau$ durch $\tau - \frac{\tau^3}{6}$, $\cos \tau$ durch $1 - \frac{\tau^2}{2}$ ersetzen und nach τ auflösen. Es ergibt sich

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} \tau_n = (4n+1)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{3\pi}{4\kappa a} \right)^{\frac{1}{3}} e^{-i\frac{\pi}{3}} \\ t_n = \kappa a \cos \tau_n = \kappa a \left(1 - \frac{\tau_n^2}{2} \right) \\ \quad = \kappa a + \frac{1}{2} (4n+1)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{3\pi}{4} \right)^{\frac{2}{3}} (\kappa a)^{\frac{1}{3}} e^{i\frac{\pi}{3}} \\ n = 0, 1, 2, \dots \end{array} \right.$$

Bei der Berechnung der ersten Wurzeln von $Z_{t-\frac{1}{2}}(\kappa a)$, die uns hier gerade interessieren, ergibt sich aber τ so klein, daß die Darstellungen (5) und (6) nicht mehr gültig sind. Für solche kleine Werte von τ gibt Watson¹⁾ für $H_t^1(x)$ die asymptotische Formel

$$(9) \quad H_t^1(x) = e^{i x (\sin \tau - \tau \cos \tau)} \frac{i \operatorname{tg} \tau}{\sqrt{3}} e^{-\frac{\pi i}{3} - i \xi} H_{\frac{1}{3}}^1\left(\frac{\xi}{3}\right),$$

wobei $\xi = \frac{1}{3} x \frac{\sin^3 \tau}{\cos^3 \tau}$ gesetzt ist.

1) G. N. Watson, Cambridge Phil. Soc. Proc. 19. S. 103. 1917; Roy. Soc. Proc. A. 95. S. 95. 1918. Schon Debye (Math. Annalen 67. S. 557. 1909) unterscheidet den Fall kleiner, τ , d. h. $t \cong x$ besonders und gibt dafür eine eigene Näherungsformel, die sich von der Watsonschen nur in der Schreibweise unterscheidet.

Aus (8) folgt (mit Vernachlässigung kleiner Größen):

$$(10) \quad \left\{ \begin{aligned} Z_{t-1/2}(\alpha a) &= -\frac{1}{\sqrt{3\pi a}} e^{-i\frac{\pi}{3} + i\pi(\sin \tau - \tau \cos \tau) - i\xi} \\ &\quad \cdot \left\{ H_{1/2}^{(1)}(\xi) + 3\xi \frac{d}{d\xi} H_{1/2}^{(1)}(\xi) \right\} \\ &= -\sqrt{\frac{3}{\pi a}} e^{-i\frac{\pi}{3} + i\pi(\sin \tau - \tau \cos \tau) - i\xi} \cdot \xi H_{-1/2}^{(1)}(\xi). \end{aligned} \right.$$

$Z_{t-1/2}(\alpha a)$ als Funktion von t verschwindet, wenn $H_{-1/2}^{(1)}(\xi)$ oder, was dasselbe ist, $H_{1/2}^{(2)}(\xi)$ als Funktion von ξ verschwindet. Die ersten Wurzeln der letzteren Funktion sind bekannt und daraus folgen die ersten Wurzeln von Z .

Wir berechnen zunächst das Potential auf der Erdoberfläche also für $r = a$. Dann ist für Z und ζ in Gleichung (4) derselbe Sattelpunkt maßgebend. Für $t = t_n$ ist $z = n\pi$. Andererseits ergibt sich aus (6):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} Z_{t-1/2}(\alpha a) &= 2 \left\{ \sin \tau^{1/2} \cos z \frac{dz}{dt} + \sin z \frac{d}{dt} (\sin \tau)^{1/2} \right\}, \\ \frac{dz}{dt} &= \alpha a \sin \tau \frac{d\tau}{dt} = -\tau. \end{aligned}$$

Es folgt:

$$(11) \quad \left\{ \begin{aligned} \left\{ \frac{d}{dt} Z_{t-1/2}(\alpha a) \right\}_{t=t_n} &= 2 \cos n\pi (-\tau_n) (\sin \tau_n)^{1/2} \\ &= 2(-1)^{n+1} \tau_n (\sin \tau_n)^{1/2}. \end{aligned} \right.$$

Für $\zeta_{t_n-1/2}(\alpha a)$ gilt asymptotisch:

$$(12) \quad \zeta_{t_n-1/2}(\alpha a) = \frac{2}{\pi a} (-1)^n (\sin \tau_n)^{-1/2}.$$

Für die ersten Glieder der Reihe (4) hätten wir eigentlich die aus Formel (9) folgende Darstellung von ζ und zur Berechnung des Residuums von Z für diese Funktion den Ausdruck (10) benutzen müssen. Es zeigt sich aber, daß mit der hier angestrebten Annäherung die Darstellung (6) dasselbe Resultat ergibt wie (9) und (10).

Wenn wir in die Gleichung (4) die Werte (11) und (12) einsetzen, bekommen wir

$$(13) \quad u = -\frac{2\pi i}{\pi^2 \alpha^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t_n}{\tau_n \sin \tau_n} \frac{P_{t_n-1/2}(\cos \vartheta)}{\cos \pi t_n}.$$

Da $|t_n|$ eine große Zahl ist, können wir in der Umgebung des Antipodenpunktes des Senders $\vartheta' = 0$ für $P_{t_n - 1/2}(\cos \vartheta')$ die Mehlersche Approximation¹⁾ benutzen und schreiben

$$P_{t_n - 1/2}(\cos \vartheta') = P_{t_n - 1/2} \left(\cos \frac{\left(t_n - \frac{1}{2}\right) \vartheta'}{t_n - \frac{1}{2}} \right) \\ = J_0 \left(\left(t_n - \frac{1}{2}\right) \vartheta' \right) \cong J_0(t_n \vartheta').$$

(J_0 = Besselsche Funktion nullter Ordnung.)

Wenn wir noch $\cos \pi t_n$ angenähert durch $\frac{e^{-i\pi t_n}}{2}$ ersetzen, so wird der Ausdruck (13) für das Potential:

$$(14) \quad u = - \frac{4\pi i}{x^3 a^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t_n}{\tau_n \sin \tau_n} e^{i\pi t_n} J_0(t_n \vartheta').$$

Wenn ϑ' nicht zu klein, so daß $|t_n| \vartheta'$ groß gegen 1 ist (aber jedenfalls klein gegen $|t_n|$), können wir in (14) den asymptotischen Ausdruck für J_0 einsetzen:

$$J_0(t_n \vartheta') = \sqrt{\frac{2}{\pi t_n \vartheta'}} \cos \left(t_n \vartheta' - \frac{\pi}{4} \right) \\ \cong \sqrt{\frac{2}{\pi t_n \vartheta'}} \frac{e^{-i \left(t_n \vartheta' - \frac{\pi}{4} \right)}}{2},$$

und erhalten

$$(15) \quad u = \frac{2\sqrt{2\pi}}{x^3 a^3} e^{-i \frac{\pi}{4}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{t_n}}{\tau_n \sin \tau_n} \frac{e^{i t_n (\pi - \vartheta')}}{\sqrt{\vartheta'}}.$$

Übrigens stimmt Formel (15) mit derjenigen überein, die sich ergibt, wenn wir für nicht sehr kleine ϑ' die Kugelfunktion $P_{t_n - 1/2}(\cos \vartheta')$ durch

$$\sqrt{\frac{2}{\pi t \sin \vartheta'}} \cos \left(t \vartheta' - \frac{\pi}{4} \right)$$

approximieren.

Bei der Berechnung von u können wir uns auf das erste Glied der Reihe beschränken, da die übrigen dagegen exponen-

1) Heine, Handb. d. Theorie der Kugelfunktionen, Berlin 1878. Bd. I. S. 184.

tiell sehr klein sind. (Für $\lambda = 10$ km z. B. beträgt das zweite Glied dem absoluten Betrage nach $\frac{1}{1000}$ des ersten, für kleinere Wellenlängen ist es noch kleiner.) Es gilt also in der Nähe von $\vartheta' = 0$:

$$(16) \quad u = -\frac{4\pi i}{x^2 a^2} \frac{t_0}{\tau_0 \sin \tau_0} e^{i\pi t_0} J_0(t_0 \vartheta')$$

oder auch (wenn $|t_0| \vartheta' \gg 1$)

$$(16') \quad u = -\frac{2\sqrt{2\pi}}{x^2 a^2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{t_0}}{\tau_0 \sin \tau_0} \frac{e^{it_0(\pi - \vartheta')}}{\sqrt{\vartheta'}}$$

und es beträgt

$$t_0 = \kappa a + 0,808(\kappa a)^{\frac{1}{3}} e^{\frac{i\pi}{3}}.$$

Für $\lambda = 10$ km z. B. ist

$$t_0 = 4007 + i \cdot 10,75.$$

§ 3. Diskussion des elektrischen Potentials

Auf der Erdoberfläche ist das Potential u eine Funktion von ϑ' allein, seine Abhängigkeit von ϑ' wird in der Nähe des Punktes $\vartheta' = 0$ durch die Besselsche Funktion J_0 vom komplexen Argument $t_0 \vartheta'$ gegeben.

Für $\vartheta' = 0$ ist $J_0(t_0 \vartheta') = 1$. Aus (16) folgt also für das Potential im Gegenpunkte des Senders:

$$(17) \quad u_0 = -\frac{4\pi i}{x^2 a^2} \frac{t_0}{\tau_0 \sin \tau_0} e^{i\pi t_0}.$$

Mit wachsendem ϑ' nimmt $|J_0(t_0 \vartheta')|$ zunächst ab, für große $|t_0| \vartheta'$ nimmt es dagegen zu, wie aus der Reihen- bzw. asymptotischen Darstellung von $J_0(t_0 \vartheta')$ ersichtlich ist. Infolgedessen hat $|u|$ bei $\vartheta' = 0$ ein Maximum und für $\vartheta' > 0$ mindestens ein Minimum. Wenn $|t_0| \vartheta'$ groß ist (NB. bei kleinem ϑ') können wir den Verlauf von u auf Grund der asymptotischen Darstellung von $J_0(t_0 \vartheta')$ verfolgen. Wir setzen

$$t_0 = t_1 + i t_2.$$

Dann folgt aus (16), wenn wir von einem konstanten (von ϑ' unabhängigen) Faktor absehen

$$(18) \quad |u|^2 = \frac{e^{2t_1 \vartheta'} + e^{-2t_2 \vartheta'} + 2 \cos 2 \left(t_1 \vartheta' - \frac{\pi}{4} \right)}{|t_0| \vartheta'} \cdot 1)$$

1) Formel (18) gilt auch für große ϑ' , wenn wir in ihr im Nenner ϑ' durch $\sin \vartheta'$ ersetzen.

Wenn wir die ϑ' als Abszissen, $|u|^2$ als Ordinaten einer Kurve auftragen, so verläuft dieselbe zwischen den Kurven mit den Ordinaten

$$(18') \quad \frac{e^{2t_2\vartheta'} + e^{-2t_2\vartheta'} - 2}{|t_0|\vartheta'} \quad \text{und} \quad \frac{e^{2t_2\vartheta'} + e^{-2t_2\vartheta'} + 2}{|t_0|\vartheta'}.$$

Sie hat einen oszillierenden Charakter, die Periode einer Oszillation ist, wegen der schnellen Veränderlichkeit des Cosinus, von $\frac{\pi}{t_1}$ sehr wenig verschieden. Für so große ϑ' , daß $e^{2t_2\vartheta'} \gg 1$ kann die Oszillation vernachlässigt werden, für kleine ϑ' ist sie aber merklich, da in diesem Falle $e^{2t_2\vartheta'} + e^{-2t_2\vartheta'}$ und $\cos\left(2t_1\vartheta' - \frac{\pi}{4}\right)$ von derselben Größenordnung sind. Die Minima von $|u|^2$ (und auch von $|u|$) liegen auf der ersten, seine Maxima auf der zweiten der oben erwähnten Kurven. Die letztere hat für einen Wert $\vartheta' > 0$ ein Minimum. Wegen der Kleinheit von $\frac{\pi}{t_1}$ dürfen wir annehmen, daß das kleinste Maximum von $|u|$ mit diesem Minimum zusammenfällt (der dabei begangene Fehler ist nicht größer als $\frac{\pi}{2t_1}$). Die Lage des Minimums ergibt sich aus der Gleichung

$$\frac{d}{d\vartheta'} \frac{e^{2t_2\vartheta'} + e^{-2t_2\vartheta'} + 2}{\vartheta'} = 0,$$

oder

$$2t_2\vartheta'_{\min} = \cotg 2t_2\vartheta'_{\min} + \frac{2}{\sin 2t_2\vartheta'_{\min}},$$

woraus folgt:

$$2t_2\vartheta'_{\min} = 1,32.$$

Wenn wir den entsprechenden Wert von $|u|$, d. h. den Wert des kleinsten Maximums von $|u|$ mit $|u|_{\min}$ bezeichnen, so gilt

$$(19) \quad \frac{|u|_{\min}}{|u_0|} = \sqrt{\frac{e^{2t_2\vartheta'_{\min}} + e^{-2t_2\vartheta'_{\min}} + 2}{2\pi |t_0|\vartheta'_{\min}}}.$$

Im Falle, wo $\lambda = 10$ km, bekommen wir

$$\vartheta'_{\min} = 0,0614 = 3^\circ 30',$$

$$\frac{|u|_{\min}}{|u_0|} = 0,23.$$

Für $0 < \vartheta' < \vartheta'_{\min}$ nehmen also mit wachsendem ϑ' die Maxima von $|u|$ ab, während seine Minima zunehmen. Für

$\vartheta' > \vartheta'_{\min}$ nehmen sowohl die Maxima als auch die Minima zu und die Amplitude der Oszillation wird immer kleiner.

Für kleine $|t_0| \vartheta'$ hört natürlich die Gültigkeit obiger Darstellung auf und $|u|$ ist aus der Reihenentwicklung von $J_0(t_0 \vartheta')$ zu entnehmen. Da $t_2 \ll t_1$, so werden die ersten Minima bzw. Maxima von $|u|$ mit den ersten Nullstellen bzw.

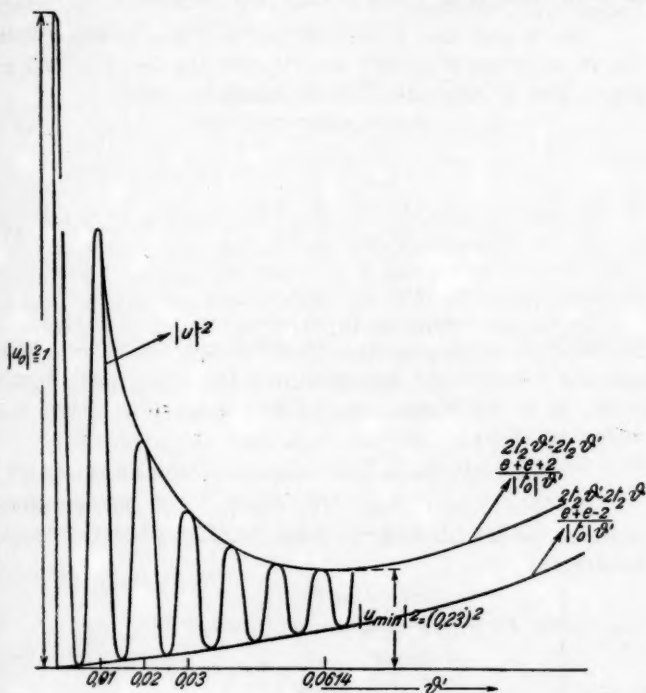


Fig. 2

Maxima von $J_0(t_1 \vartheta')$ zusammenfallen. $|u|$ wird übrigens nirgends Null, da $J_0(t_0 \vartheta')$ als Funktion von ϑ' keine reellen Wurzeln hat.

Der Verlauf des Potentials im Falle $\lambda = 10$ km wird qualitativ durch Fig. 2 dargestellt. Als Abszisse wurde ϑ' ($r_{00} = 1$ cm), als Ordinate $|u|^2$ aufgetragen (oszillierende Kurve). Die beiden Grenzkurven sind die Kurven (18). Der Maßstab der Ordinaten wurde so gewählt, daß $|u|_{\min}^2 = (0.23)^2 \cdot |u_0|^2$,

2,3 cm beträgt. $|u|^2$ wird dann 43,4 cm und konnte in dieser Größe nicht aufgetragen werden, was durch eine Unterbrechung der Kurve (20) für $|u|^2$ angedeutet wird. Ebenso ist die Anzahl der Oszillationen von $|u|^2$ viel zu groß und ihre Breite viel zu klein, als daß sie alle in der Figur aufgetragen werden könnten. Fig. 2 gibt also nur ein qualitatives Bild von dem Verlauf des Potentials.

Die Werte des Potentials $|u|$ für verschiedene Werte von ϑ' zwischen 0° — 180° , wie sie sich aus (16) und (16') ergeben, sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

ϑ'	$ u $
0°	1
$3^\circ \ 30'$	0,23
45°	36
90°	$1,4 \cdot 10^3$
135°	$5,6 \cdot 10^3$
180°	∞

Da wir den Sender als Dipol betrachten, so ist $|u|$ am Orte des Senders selbst unendlich groß. Weiter ist zu bemerken, daß, wie schon in § 1 begründet, die Dämpfung sich zu groß ergibt, d. h. die Werte um $|u|$ für kleine ϑ' ergeben sich relativ zu klein.

§ 4. Elektrische und magnetische Feldstärke

Aus Gleichung (2) und (16) ergeben sich für die Komponenten der elektrischen und magnetischen Feldstärke folgende Ausdrücke:

$$(20) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathcal{E}_r &= -\frac{2\pi i}{a} \cdot \frac{t_0 e^{i\pi t_0}}{r_0 (\sin r_0)^{1/2}} \left\{ \frac{1}{(\sin r_0)^{1/2}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial a^2} \frac{1}{(\sin r_0)^{1/2}} \right\} J_0(t_0 \vartheta') \\ \mathcal{E}_\theta &= \frac{2\pi i}{\pi^2 a^2} \frac{t_0^2 e^{i\pi t_0}}{r_0 (\sin r_0)^{1/2}} \frac{\partial}{\partial a} \frac{1}{(\sin r_0)^{1/2}} \cdot J_0'(t_0 \vartheta') \\ &= -\frac{2\pi i}{\pi^2 a^2} \frac{t_0^2 e^{i\pi t_0}}{r_0 (\sin r_0)^{1/2}} \frac{\partial}{\partial a} \frac{1}{(\sin r_0)^{1/2}} \cdot J_1(t_0 \vartheta') \\ \mathcal{H}_\varphi &= \frac{2\pi}{\pi a} \frac{t_0^2}{r_0 \sin r_0} e^{i\pi t_0} \cdot J_0'(t_0 \vartheta') \\ &= -\frac{2\pi}{\pi a} \frac{t_0^2}{r_0 \sin r_0} e^{i\pi t_0} J_1(t_0 \vartheta'). \end{aligned} \right.$$

Die Abhängigkeit des \mathfrak{E}_r von ϑ' ist durch J_0 gegeben. \mathfrak{E}_r verläuft also wie das Potential und hat bei $\vartheta' = 0$ ein Maximum. Der Verlauf von \mathfrak{E}_ρ und \mathfrak{H}_φ als Funktionen von ϑ' wird durch $J_1(t_0 \vartheta')$ dargestellt. Für $\vartheta' = 0$ ist also $\mathfrak{E}_\rho = \mathfrak{H}_\varphi = 0$, was aus der Symmetrie des Feldes unmittelbar folgt. Für große $|t_0| \vartheta'$ können wir statt $J_1(t_0 \vartheta')$ seine asymptotische Darstellung einführen und schreiben:

$$(21) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{E}_\rho^2, \mathfrak{H}_\varphi^2 &\sim \frac{2}{\pi |t_0| \vartheta'} \left| \cos \left(t_0 \vartheta' - \frac{3\pi}{4} \right) \right|^2 \\ &\sim \frac{e^{2t_2 \vartheta'} + e^{-2t_2 \vartheta'} - 2 \cos 2 \left(t_1 \vartheta' - \frac{\pi}{4} \right)}{|t_0| \vartheta'} \end{aligned} \right.$$

\mathfrak{E}_ρ und \mathfrak{H}_φ oszillieren also mit der gleichen Periode wie \mathfrak{E}_r . Die Kurven, durch welche sie als Funktionen von ϑ' dargestellt werden und die Kurve \mathfrak{E}_r liegen (wenn wir, wie in (21) geschehen, von konstanten Faktoren absehen) symmetrisch, bezüglich der Kurve mit Ordinaten $\frac{e^{2t_2 \vartheta'} + e^{-2t_2 \vartheta'}}{|t_0| \vartheta'}$. Infolgedessen entsprechen ihre Minima bzw. Maxima denselben Werten von ϑ' wie die Maxima bzw. Minima von \mathfrak{E}_r .

Aus (20) ergibt sich auch die resultierende elektrische Feldstärke \mathfrak{E} , wenn wir mit A und B die Quadrate der absoluten Beträge der Faktoren von J_0 und J_1 bezeichnen, zu

$$(22) \quad \mathfrak{E}^2 = A |J_0(t_0 \vartheta')|^2 + B |J_1(t_0 \vartheta')|^2$$

und für große $|t_0| \vartheta'$:

$$(22') \quad \mathfrak{E}^2 = \frac{2}{\pi} \frac{(A+B)(e^{2t_2 \vartheta'} + e^{-2t_2 \vartheta'}) + 2(A-B) \cos 2 \left(t_1 \vartheta' - \frac{\pi}{4} \right)}{|t_0| \vartheta'}.$$

Man sieht leicht, daß $A > B$ ist. Daraus folgt, daß \mathfrak{E} für $\vartheta' = 0$ ein Maximum hat und daß sein Verlauf demjenigen von \mathfrak{E}_r ähnlich ist.

§ 5. Berechnung des Potentials über der Erdoberfläche

Wir gehen von Gleichung (4) aus und beschränken uns wieder auf das erste Glied dieser Reihe. Es sind zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem $\frac{r-a}{a} \ll 1$ oder $\gg 1$ ist.

1. Fall. $\frac{r-a}{a} \ll 1$.

Für den Nenner gilt wie früher:

$$\frac{d}{dt} \{Z_{l-1/2}(\kappa a)\}_{t=t_0} = -2\tau_0 (\sin \tau_0)^{1/2}.$$

Dagegen für den Zähler

$$\zeta_{t_0-1/2}(\kappa r) = \frac{2}{\kappa r (\sin \tau_0)^{1/2}} \cos \left\{ \frac{\pi}{4} + \kappa r (\sin \tau_0' - \tau_0' \cos \tau_0') \right\},$$

wobei τ_0' aus der Gleichung

$$\cos \tau_0' = \frac{t_0}{\kappa r}$$

zu berechnen ist.

Auf Grund der gemachten Annahme können wir τ_0' im $\cos \{ \}$ bis auf Größen 3. Ordnung in τ_0 durch τ_0 ersetzen, da τ_0 selbst eine kleine Größe ist. Für $\sin \tau_0$, $\sin \tau_0'$ gilt:

$$\sin \tau_0 = \sqrt{1 - \frac{t_0^2}{\kappa^2 a^2}} \quad \sin \tau_0' = \sqrt{1 - \frac{t_0^2}{\kappa^2 r^2}},$$

folglich:

$$\sin \tau_0' \cong \sin \tau_0 \sqrt{\frac{a}{r} \frac{t_0 - \kappa r}{t_0 - \kappa a}}.$$

Da

$$\frac{\pi}{4} + \kappa a (\sin \tau_n - \tau_n \cos \tau_n) = n\pi,$$

so ist:

$$\begin{aligned} \cos \left\{ \frac{\pi}{4} + \kappa r (\sin \tau_0 - \tau_0 \cos \tau_0) \right\} \\ = \cos \left\{ \kappa (r-a) (\sin \tau_0 - \tau_0 \cos \tau_0) \right\}. \end{aligned}$$

Wenn wir den letzten \cos in eine Reihe entwickeln und

$$\sin \tau_0 - \tau_0 \cos \tau_0$$

durch $-\frac{\pi}{4}$ ersetzen, so erhalten wir:

$$\cos \left\{ \frac{\pi}{4} + \kappa r (\sin \tau_0 - \tau_0 \cos \tau_0) \right\} = 1 - \frac{(r-a)^2}{a^2} \frac{\pi^2}{32} + \dots$$

Hiermit ergibt Gleichung (4), wenn wir wieder für $P_{0-1/2}(\cos \vartheta')$ die Approximation $J_0(t_0 \vartheta')$ benutzen:

$$(23) \quad \left\{ \begin{aligned} u = & - \frac{2\pi i t_0}{\kappa^2 a^{3/4} r^{3/4}} \left(\frac{t_0 - \kappa a}{t_0 - \kappa r} \right)^{1/4} \frac{e^{i\pi t_0}}{\tau_0 \sin \tau_0} \\ & \cdot \left\{ 1 - \frac{(r-a)^2}{a^2} \frac{\pi^2}{32} + \dots \right\} J_0(t_0 \vartheta'). \end{aligned} \right.$$

2. Fall. $\frac{r-a}{a} \gg 1$.

Der für $\zeta_{t_0-1/2}(\kappa r)$ maßgebende Sattelpunkt ergibt sich jetzt aus der Gleichung

$$\cos \tau_0' = \frac{t_0}{\kappa r} \approx 0.$$

Wir können also $\tau_0' = \frac{\pi}{2}$ setzen.

Der asymptotische Ausdruck für $H_{t_0}^1(\kappa r)$ lautet¹⁾:

$$(24) \quad H_{t_0}^1(\kappa r) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{\kappa r}{2} \sin \tau_0'\right)^{1/2}} \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\pi} e^{i\kappa r (\sin \tau_0' - \tau_0' \cos \tau_0')},$$

oder, da $\sin \tau_0' = 1$, $\kappa r \tau_0' \cos \tau_0' = \frac{\pi}{2} t_0$,

$$H_{t_0}^1(\kappa r) = \sqrt{\frac{2}{\pi \kappa r}} e^{-i\frac{\pi}{4}} e^{i\kappa r - i\frac{\pi}{2} t_0}$$

und

$$(25) \quad \zeta_{t_0-1/2}(\kappa r) = \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{\kappa r} e^{i\kappa r - i\frac{\pi}{2} t_0}.$$

Für den Nenner in Gleichung (4) gilt dieselbe asymptotische Formel wie früher. Damit ergibt sich das Potential in großen Entfernungen von der Erdoberfläche zu

$$(26) \quad u = -\frac{2}{\kappa^2 a r} \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{\tau_0 (\sin \tau_0)^{1/2}} e^{i\kappa r + i\frac{\pi}{2} t_0} \cdot J_0(t_0 \vartheta').$$

§ 6. Vergleich mit den Poissonschen Beugungserscheinungen

Die Beugungserscheinungen, die hinter einer undurchsichtigen Kreisscheibe auftreten, wurden im allgemeinen Falle, wo Lichtquelle und Beobachtungsschirm sich in endlicher Entfernung von der beugenden Scheibe befinden, von Lommel²⁾ auf Grund der Wellentheorie des Lichtes abgeleitet und experimentell geprüft.

1) Vgl. P. Debye, Math. Ann. 67. S. 555. Gl. (52). 1909.

2) E. Lommel, Die Beugungserscheinungen einer kreisrunden Öffnung und eines kreisrunden Schirmchens, Abh. d. Bayr. Akad. II. Kl. XV. Bd. München 1884.

Wir betrachten zunächst den Fall einer kreisförmigen Öffnung. Seien R der Radius derselben, a und b die Abstände des Lichtpunktes bzw. Beobachtungsschirmes von ihrer Ebene, ζ der Abstand des Aufpunktes P von der Achse der Öffnung. Der Lichtpunkt O liege auf dieser Achse. Im Aufpunkte P wird der Lichtvektor v nach dem Huygens-Kirchhoffschen Prinzip gegeben durch

$$(27) \quad i \lambda v = \frac{\cos(nr)}{r r_1} \int e^{i \kappa(r+r_1)} d\sigma.$$

Hier ist λ die Wellenlänge des Lichtes, $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda}$, r und r_1 der Abstand eines beliebigen Punktes der Öffnung vom Auf- bzw. Lichtpunkte, (nr) der Winkel von r mit der Normalen der Öff-

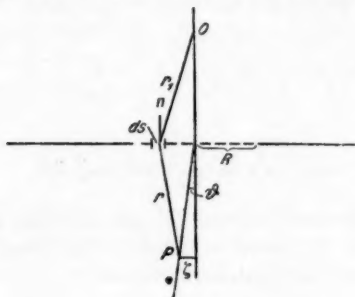


Fig. 3

nungsebene. Die Integration ist über die Öffnung zu erstrecken. Die Querstriche bedeuten Mittelwerte über die Öffnung.

Wenn ϱ , φ Polarkoordinaten in der Integrationsebene bedeuten, so gilt

$$d\sigma = \varrho d\varrho d\varphi, \quad r^2 = (\zeta - \varrho \cos \varphi)^2 + \varrho^2 \sin^2 \varphi + b^2, \\ r_1^2 = \varrho^2 + a^2,$$

oder, wenn wir $\varrho \ll a$, $\zeta \ll b$ annehmen:

$$r = b \left(1 + \frac{\varrho^2}{2b^2} - \frac{\zeta \varrho \cos \varphi}{b^2} \right), \\ r_1 = a \left(1 + \frac{\varrho^2}{2a^2} \right).$$

Mit diesen Werten von r und r_1 wird das Integral:

$$\int e^{i\kappa(r+r_1)} d\sigma = \int_0^R \int_0^{2\pi} e^{i\kappa \left(a+b + \frac{\varrho^2}{2a} + \frac{\varrho^2}{2b} - \frac{\kappa \varrho \cos \varphi}{b} \right)} \cdot \varrho d\varrho d\varphi.$$

Es ist aber:

$$\int_0^{2\pi} e^{-i \frac{\kappa \varrho}{b} \cos \varphi} \cdot d\varphi = 2\pi J_0 \left(\frac{\kappa \varrho}{b} \right)$$

(J_0 = Besselsche Funktion vom Index 0).

Bei den angenommenen Größenverhältnissen können wir $\frac{r}{r_1} = a/b$ setzen und so bekommen wir für den Lichtvektor

$$(28) \quad v = \frac{\text{const.}}{a b} \int_0^R e^{i\kappa \frac{a+b}{2ab} \varrho^2} J_0 \left(\frac{\kappa \varrho}{b} \right) \varrho d\varrho.$$

Wir setzen:

$$(28') \quad \kappa \frac{a+b}{a b} = K, \quad \frac{\kappa \varrho}{b} = c.$$

Durch fortgesetzte Anwendung partieller Integration (nach der Exponentialfunktion) und Berücksichtigung der Formel

$$\frac{d(x^{-n} J_n(x))}{dx} = -x^{-n} J_{n+1}(x)$$

können wir das letzte Integral in eine Reihe entwickeln. Es ergibt sich:

$$(29) \quad v = \frac{\text{const.}}{a b} \left\{ \frac{i}{K} e^{-i \frac{c^2}{2K}} + \frac{e^{i \frac{K}{2} R^2}}{K} (V_1 - i V_0) \right\},$$

wobei wir gesetzt haben:

$$(30) \quad V_n = \sum_{\kappa=0}^{\infty} (-1)^{n+\kappa} \left(\frac{c}{KR} \right)^{n+2\kappa} J_{n+2\kappa}(cR).$$

Die Reihe (30) konvergiert für alle Werte von $\frac{c}{KR}$ und cR .

Um nun den Lichtvektor des Beugungsfeldes hinter einer Kreisscheibe mit Radius R zu finden, berechnen wir den Lichtvektor der vollen Welle und ziehen von demselben den eben abgeleiteten ab. Für die volle Welle dürfen wir die Integration in (28), trotz der Annahme $\varrho \ll a$, bis ins Unendliche erstrecken, da der Beitrag der entfernten Teile der Integrationsebene zum

Integral sehr gering ist. Der vollen Lichtwelle entspricht also das Integral

$$(31) \quad \int_0^{\infty} e^{i \frac{K}{2} \varrho^2} J_0(c \varrho) \varrho d\varrho = \frac{i}{K} e^{-i \frac{c^2}{2K}}.$$

Aus (31) und (32) bekommen wir für den Lichtvektor hinter der Kreisscheibe

$$(32) \quad v_{\text{sch.}} = \frac{\text{const.}}{a b} \frac{e^{i \frac{K}{2} R^2}}{K} (V_1 - i V_0),$$

und hieraus die Lichtintensität

$$(33) \quad I = \frac{\text{const.}}{a^2 b^2} (V_0^2 + V_1^2).$$

Als Analogon zur drahtlosen Telegraphie um die Erde betrachten wir in dieser Beugungstheorie den Fall $a = R$, entsprechend dem Umstand, daß der Sender auf der Erdoberfläche liegt, und $b \geq R$. Wir dürfen $a = R$ aus demselben Grund setzen, aus welchem wir in (32) die Integration bis ins Unendliche erstreckt haben.¹⁾

In der Nähe der Achse ist $\frac{c}{KR}$ eine sehr kleine Zahl

$$(34) \quad \frac{c}{KR} = \frac{a \zeta}{(a+b)R} = \frac{\zeta}{R+b} < \frac{\zeta}{b}.$$

Nun ist $\frac{\zeta}{b} = \text{tg } \vartheta' \cong \vartheta'$, wenn wir uns auf kleine ϑ' beschränken. Also:

$$\frac{c}{KR} < \vartheta'.$$

Mit Rücksicht auf (30) kann dann in (33) V_1^2 vernachlässigt werden, sowie alle Glieder der Reihe für V_0 außer dem ersten.

1) Im Falle der vollen Lichtwelle darf die Integration nach ϱ trotz der Annahme $\varrho \ll a, b$, auf Grund deren die Reihenentwicklung von r und r_1 erfolgte, bis ins ∞ erstreckt werden, weil der wesentliche Teil der Intensität von den zentralen Teilen der Welle geliefert wird, für welche diese Annahme zutrifft. Bei der Scheibe hebt sich aber beim Abziehen des Lichtvektors (30) von (31) die Wirkung dieser zentralen Teile auf. Infolgedessen ist die Approximation nicht mehr so gut, wie im Falle der vollen Lichtwelle oder der Öffnung. Weiter unten wird aber gezeigt, daß wir dieselbe Intensitätsverteilung bekommen wenn $a \gg R$, unter der Bedingung, daß gleichzeitig $b \cong a$ oder $b > a$ ist.

Mit diesen Annäherungen finden wir für die Intensität des Lichtes

$$(35) \quad I = \frac{\text{const.}}{a^2 b^2} J_0^2(c R) = \frac{\text{const.}}{a^2 b^2} J_0^2(\kappa R \vartheta').$$

Die Lichtintensität hinter der Scheibe wird also als Funktion von ϑ' oder ζ durch die Besselsche Funktion J_0 vom Argument $\kappa R \vartheta'$ gegeben. Unser elektrisches Potential im Falle der drahtlosen Telegraphie um die Erde in der Umgebung des Gegenpunktes des Senders war in (16) durch dieselbe Funktion dargestellt, nur mit komplexem Koeffizienten von ϑ' . Dasselbe gilt für die radiale Komponente der elektrischen Feldstärke in (20). Nun wird in der optischen Beugungstheorie das Problem sehr weitgehend idealisiert, indem der beugende Körper als vollkommen schwarz, d. h. von elektromagnetisch ganz unbestimmten Eigenschaften angenommen und sein Volumen vernachlässigt wird. Ein solcher Körper bringt einen Teil des elektromagnetischen Feldes zum Verschwinden, ohne auf dasselbe zu reagieren.

Bei dem Problem der Beugung der radiotelegraphischen Wellen durch die Erdkugel haben wir es dagegen mit einem elektromagnetisch wohldefinierten beugenden Körper von endlichem Volumen zu tun. Dieser verursacht auch, wenn er, wie wir angenommen haben, vollkommen leitend ist, eine Zerstreuung der Wellen in den Raum und als Folge davon eine Dämpfung derselben, d. h. das Auftreten des imaginären Teiles des Faktors von ϑ' in $J_0(t_0 \vartheta')$, vgl. Gleichungen (16) und (16'). Für $\vartheta' > \vartheta'_{\min}$ überwiegt die Dämpfung und die Amplitude der Wellen nimmt mit abnehmendem ϑ' (wachsendem ϑ) ab. Für $\vartheta' < \vartheta'_{\min}$ überwiegt dagegen die Konzentration derselben, welche der Konzentration im optischen Falle ganz analog ist und die Amplitude nimmt bei Annäherung an den Gegenpunkt des Senders zu. Darüber überlagert sich eine räumliche Periodizität derselben ähnlich wie bei der optischen Beugung. Die Lagen der Maxima und Minima fallen in beiden Fällen, wie schon in § 3 bemerkt, im wesentlichen zusammen.

Auch die Abhängigkeit von den Entfernungen des Senders und Empfängers vom Mittelpunkt des beugenden Körpers ist in beiden Fällen dieselbe, vgl. (23), (26), (35) bis auf einen

kleinen Unterschied in (23), der für große Entfernungen von der Erdoberfläche verschwindet.

Was den Zusammenhang dieser Analogie mit den Wellenlängen und der Größe der Beugungsscheibe betrifft, so ist im Falle der drahtlosen Telegraphie für $\lambda = 10 \text{ km}$, $\frac{a}{\lambda} = 630$. Wenn wir bei der optischen Beugung $\lambda = 6 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$ annehmen, so werden wir ähnliche Verhältnisse haben, wenn der Radius der Scheibe $R = 6 \cdot 630 \cdot 10^{-5} \text{ cm} = 0,378 \text{ mm}$. Das ist übrigens nur für die Lage der Beugungsmaxima und -minima von Bedeutung. Der Abstand a braucht nicht unbedingt gleich R zu sein. Damit (35) gilt, muß $\frac{c}{KR}$ (vgl. 28') klein gegen 1 sein. Nun folgt aus (34), daß $\frac{c}{KR} < \frac{\zeta}{R}$ ist, es kann also $a > R$ sein, wenn nur $\frac{\zeta}{R} \ll 1$ ist, d. h. wenn wir uns hinreichend nahe bei der optischen Achse befinden. Wenn wir auch b größer werden lassen, z. B. in demselben oder größeren Verhältnis wie a , so bleibt $\frac{c}{KR}$ konstant oder nimmt ab, und dann ist die letzte Bedingung nicht mehr notwendig. Wir können also sagen, daß die beiden Beugungsphänomene ähnlich sind, wenn im Falle der optischen Beugung $a \cong b$ oder $a < b$ unabhängig von der Größe der Scheibe.

Da die Verstärkung der Wellen nicht nur im Antipodenpunkte, sondern auf der ganzen Geraden $\vartheta' = 0$ stattfindet, wie aus (23) und (26) hervorgeht, so handelt es sich wirklich um Beugung, die Verstärkung im Antipodenpunkt des Senders kommt nicht durch eine Art Brennpunktswirkung, sondern durch Beugungswirkung zustande.

Zusammenfassung

Das elektrische Potential im Gegenpunkte des Senders und dessen Umgebung wird auf Grund der allgemeinen Watsonschen Darstellung abgeleitet; daraus wird die elektrische und magnetische Feldstärke gewonnen. Ferner wird das Potential für Punkte über der Erdoberfläche in der Umgebung des durch den Gegenpunkt gehenden Radiusvektors berechnet, bei kleinen und großen Entfernungen von der Erdoberfläche. Sein Verlauf

als Funktion von $\vartheta' (= \pi - \vartheta)$ und der Entfernung des Aufpunktes von der Erdoberfläche wird diskutiert und mit dem Verlauf der Lichtintensität hinter einer kreisförmigen Beugungsscheibe (Poissonsche Beugung) verglichen, wobei sich herausstellt, daß eine weitgehende Analogie zwischen beiden Erscheinungen besteht.

Zum Schlusse möchte ich Hrn. Geheimrat Sommerfeld meinen wärmsten Dank aussprechen für das fördernde Interesse, das er dieser Arbeit entgegengebracht hat.

München, Institut für Th. Physik der Universität.

(Eingegangen 6. Juli 1928)

4. *Ein Röhrenoszillator für sehr kurze ungedämpfte Wellen; von H. E. Hollmann*

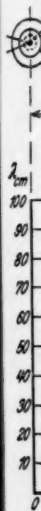
(Hierzu Tafel XXVI)

In einer kürzlich erschienenen Arbeit beschreibt Bergmann (1) einen Kurzwellensender, mit dem ihm durch Verwendung der französischen Kurzwellenröhre der Type Métal TMC die Erzeugung ungedämpfter Wellen bis zu 82 cm gelang. Die Wirkungsweise seiner Schaltung beruht auf Rückkoppelung, wie es an anderer Stelle schon ausführlich diskutiert worden ist (2).

In meiner in diesen Annalen erschienenen Arbeit: „Über den Mechanismus von Elektronenschwingungen“ (3) habe ich bereits kurz darauf hingewiesen, daß sich die französische TMC-Röhre in gleicher Weise wie die Senderöhren der Firma „Schott“ zur Erzeugung von Elektronenschwingungen nach Gill und Morrell eignet. Als kürzeste Welle fand ich 38 cm, wobei die Intensität der Schwingungen noch einen Nachweis in einem Dipolempfänger mit Detektor und Spiegelgalvanometer im Abstand von 10 Wellenlängen erlaubte. Ausführlicher ist der von mir benutzte Senderaufbau an anderer Stelle beschrieben (4).

Im folgenden soll nun über weitere Versuche mit der französischen Kurzwellenröhre berichtet werden; in deren Verlauf wurden Schwingungen von minimal 13 cm Wellenlänge und gut meßbarer Intensität beobachtet.

In meiner Dissertation (a. a. O.) habe ich ausführlich klargestellt, wie sich Elektronenschwingungen nach Barkhausen-Kurz unter der Einwirkung von zwischen den Elektroden auftretenden Wechselfeldern hochzuschaukeln vermögen, bis sie die Eigenfrequenz des die Wechselfelder hervorbringenden Schwingungssystems erreichen und in Schwingungen nach Gill und Morrell übergehen. In Fig. 1 sind die mit einer französischen TMC-Röhre in der Schaltung von Gill und Morrell,



wie sie in der Figur oberhalb der Kurven angegeben ist, aufgenommenen Frequenzkurven wiedergegeben. Dem Gitter wurden verschiedene Spannungen erteilt, während die Anode mit dem negativen Pol der Kathode verbunden war; der Emissionsstrom wurde auf 40 mA konstant gehalten. Die Wellenlängen sind mit dem früher beschriebenen Lechersystem mit Detektor und Galvanometer gemessen.

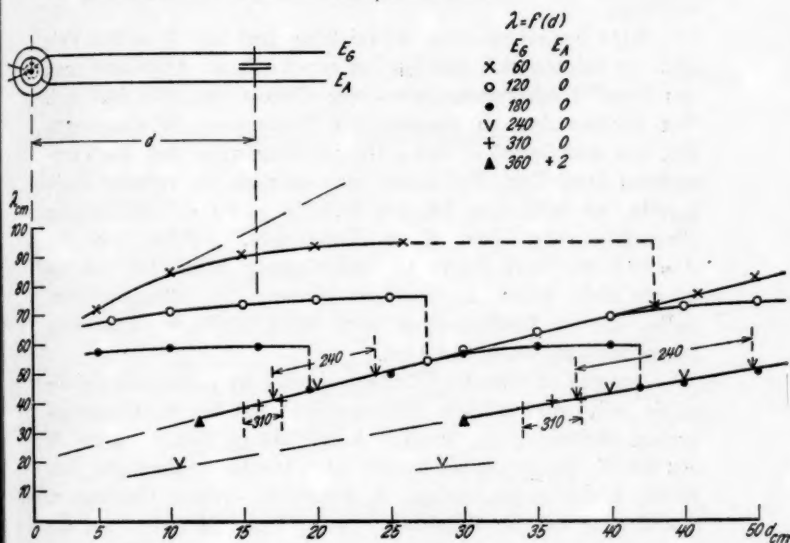


Fig. 1

Stimmen die Kurven im Bereich niedriger Gitterspannungen in ihrem Verlauf im wesentlichen mit den an „Schott“-Röhren beobachteten Kurven überein, und sind hier deutlich die Bereiche der Barkhausen-Kurz- und der Gill und Morrell-Schwingungen zu erkennen, so treten im Bereich höherer Gitterspannungen die B.-K.-Schwingungen immer mehr zurück, während G.-M.-Schwingungen zwar noch auftreten, ihre Schwingungsbereiche sich jedoch immer weiter verkleinern, bis schließlich oberhalb $E_g = 310$ Volt keinerlei Schwingungen mehr festgestellt werden konnten. Erhielt die Anode ein schwach positives Potential, so setzten die G.-M.-Schwingungen

bei höheren Spannungen wieder ein; so sind in der Figur die für $E_g = 360$ und $E_a = +24$ Volt gefundenen Werte noch eingezeichnet. Ersichtlich hat sich der Schwingungsbereich bei dem geringen positiven Anodenpotential nach höheren Frequenzen hin erweitert. Damit stimmen die Beobachtungen, was die Natur der Schwingungen betrifft, mit den früher mitgeteilten Verhältnissen völlig überein, so daß sich ein weiteres Eingehen erübrigt.

Eine bemerkenswerte Abweichung trat bei $E_g = 240$ Volt auf. Es zeigten sich nämlich bei verschiedenen Abstimmungen des Paralleldrahtsystems etwa eine Oktave oberhalb der nach den Eichgeraden zu erwartenden Frequenzen Schwingungen, die, wie man leicht erkennt, Oberschwingungen des Abstimmsystems darstellen. Verlängert man nämlich die unterste Eichgerade, so trifft man bei $d = 10,5$ cm genau auf eine solche Oberschwingung. Die vierte Eichgerade, welche die bei $d = 28,5$ cm beobachtete Oberschwingung schneiden müßte, konnte nicht mehr aufgenommen werden. Die kürzeste Oberwelle, die im Lechersystem noch einen meßbaren Ausschlag hervorbrachte, betrug 18,2 cm.

Ausgehend von der Überlegung, daß es prinzipiell gleichgültig sei, mit welchen Röhrenelektroden das Schwingungssystem verbunden ist, wenn sich nur die im Spannungsbauch des Hochfrequenzsystems auftretenden Wechselspannungen den Elektrodengleichspannungen in geeigneter Weise überlagern, modifizierte ich die Schaltung von Gill und Morrell auf die aus Fig. 2 ersichtliche Weise. Das in bekannter Weise aus zwei Paralleldrähten mit verschiebbarer Kondensatorbrücke bestehende Hochfrequenzsystem ist einerseits mit der Anode, andererseits jedoch an Stelle des Gitters mit der Kathode verbunden. Die Zuführungen des Heizstromes dürfen den Schwingungsvorgang natürlich nicht stören, was z. B. durch Drosselspulen verhindert werden könnte. Dieselben bringen aber eine gewisse Unsicherheit mit sich, die vermieden wird, wenn man das Parallelsystem aus Metallrohr verfertigt, so daß eine Heizleitung über das eine Rohr, die andere durch einen im Innern dieses Rohres isoliert laufenden Draht geführt werden kann. In die Gitterzuleitung war zunächst eine Drosselspule eingeschaltet.

Die Versuche bestätigen obige Überlegung, denn die neue Anordnung verhielt sich völlig analog der Gill und Morrell-Schaltung: Es traten sowohl Schwingungen nach Barkhausen-Kurz, als auch nach Gill und Morrell auf, und auch die äußeren Kennzeichen, das plötzliche Ansteigen des Anoden- und Abfallen des Gitterstromes waren die gleichen. In der Fig. 2 sind die in der abgeänderten Schaltung unter sonst

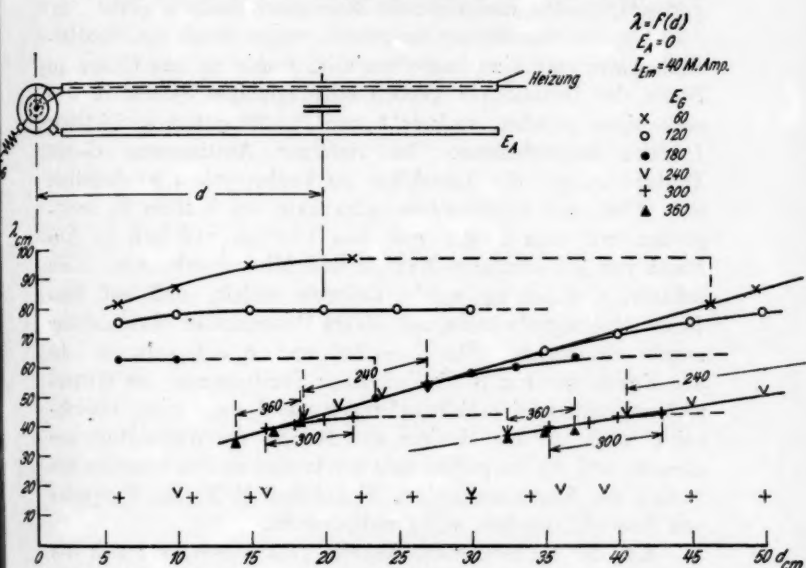


Fig. 2

gleichen Bedingungen und mit derselben Röhre wie in Fig. 1 aufgenommenen Frequenzkurven wiedergegeben.

Was die Eichkurven sowie die Schwingungsbereiche betrifft, so besteht kein grundlegender Unterschied gegenüber der Gill und Morrell-Schaltung. Lediglich bei höheren Gitterspannungen sind die Schwingungsbereiche etwas erweitert. Eine bemerkenswerte Änderung haben dagegen die vorher nur vereinzelt als Oberschwingungen auftretenden kurzen Wellen erfahren. Dieselben zeigen sich nämlich in dem ganzen Bereich zwischen $E_g = 240$ und 300 Volt und zwar jeweils in

einem Zwischenraum zwischen den G.-M.-Bereichen, also in einem Gebiet, in dem B.-K.-Schwingungen von 45—55 cm Länge, wie aus dem Abbiegen der entsprechenden Frequenzkurven zu entnehmen ist, zu erwarten sind. Die Energie der Schwingungen war, soweit aus den Angaben des Lechersystems zu entnehmen ist, konstant. Die Frequenz wurde durch das Abstimmsystem nicht meßbar beeinflußt, nur der Anodenstrom ließ an geringfügigen Schwankungen die Resonanzeinstellungen erkennen.

Da eine Verstärkung der Schwingungen durch das Parallel drahtsystem nicht zu bemerken war, wurde an das Gitter an Stelle der Drossel ein zweites schwingfähiges System in Gestalt eines geraden, senkrecht zum Parallelsystem gerichteten Drahtes angeschlossen. Bei richtiger Abstimmung dieses Drahtes stiegen die Ausschläge im Lechersystem beträchtlich an. Auch der Anodenstrom schwankte bei bloßem Entlanggleiten mit dem Finger um etwa 10 Proz. und ließ im Abstand von $\lambda/2$ deutliche Maxima und Minima erkennen. Eine scharfe Abstimmung wurde dadurch erzielt, daß auf dem Draht eine Metallscheibe von 20 cm Durchmesser verschiebbar angebracht wurde. Für $E_g = 300$ und $E_a = 0$ Volt sind in der Kurve der Fig. 3 die bei einer Verstimmung des Gittersystems auftretenden Schwankungen von I_a dargestellt. Gleichzeitig wurde an den Maxima und Minima die Wellenlänge gemessen, und die so gefundenen Werte sind an den betreffenden Stellen der Kurve angegeben. Ersichtlich bleibt die Frequenz von dem Gittersystem völlig unbeeinflußt.

Aus der nachstehenden Tabelle geht hervor, wie sich die Wellenlänge mit den Betriebsbedingungen ändert. Auffällig ist der äußerst geringe Spannungsbereich, in dem Schwingungen überhaupt auftreten. Die größte Wellenlänge beläuft sich auf 0,7 cm bei einem Spannungsunterschied von $\Delta E_g = 80$ Volt; der Bereich der Anodenspannung erstreckt sich sogar nur über +4 Volt. Bei Erhöhung des Emissionsstromes verschiebt sich der Schwingungsbereich nach kürzeren Wellen hin; eine exakte Ausmessung ist jedoch infolge Überlastung der Röhre nicht möglich.

Betrachtet man den Anodenstrom als Funktion der Gitterspannung, so machen sich die Schwingungsbereiche auch hier bemerkbar. Ist die Spannung der Anode gegen das negative

E_g	E_a	λ (cm)	E_a	λ (cm)	E_a	λ (cm)
330	0	—	+ 2	—	+ 4	—
320		16,7		16,9		17,8
300		17,0		17,1		—
270		17,1		17,4		—
240		17,2		17,6		—
220		—		—		—

Kathodenende gleich Null, so ist bei Gitterspannungen bis zu 240 Volt kein Anodenstrom festzustellen. Sobald Schwingungen einsetzen, tritt jedoch ein Anodenstrom auf, der bei etwa

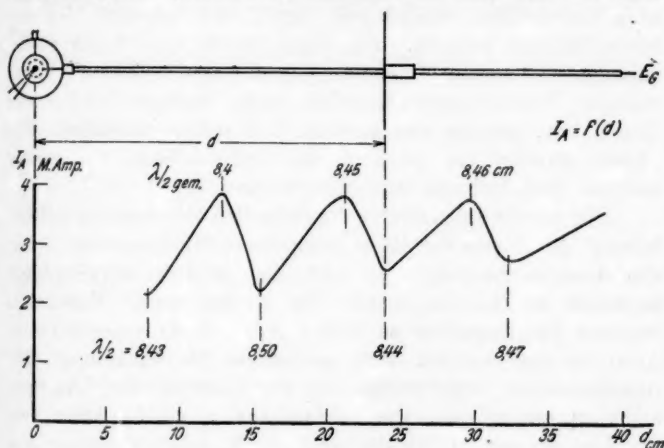


Fig. 3

300 Volt sein Maximum mit 4 mA erreicht, und bei höheren Gitterspannungen wieder auf Null zurückgeht. Bei schwach positiver Anode überlagert sich dem immer geringer werdenden Anstieg im Schwingungsbereich ein Ruhestrom, welcher in bekannter Weise mit zunehmender Gitterspannung abnimmt.

Danach liegt die Annahme nahe, daß die kurzwelligen Schwingungen ihrer Natur nach mit den früher gefundenen „Elektronenschwingungen höherer Frequenz“ (a. a. O.) identisch sind. Sie steht jedoch mit den früheren Experimenten insofern im Widerspruch, als die französische Röhre ein sehr grobmaschiges Spiralgitter von wenigen Windungen enthält, während in meinen früheren Untersuchungen die „Schwingungen

höherer Frequenz“ an ein engmaschiges Gitter gebunden waren; auch die beschränkten Spannungsbereiche, sowie die geringe Abhängigkeit der Frequenz von den Spannungen entsprechen in keiner Weise den früher beobachteten Beziehungen.

Es hat somit den Anschein, als ob die Elektronenbewegung im Innern der Röhre nicht mehr von einfachen Gesetzmäßigkeiten beherrscht wird, sondern daß unübersichtliche Faktoren die Verhältnisse trüben. Als solche seien hier nur genannt erstens die hohe Temperatur des Gitters, welches im Innern der Röhre fast weißglühend wird und daher die Elektronenverteilung entscheidend beeinflussen kann, und zweitens das unkontrollierbare Vakuum. Für diese Punkte spricht die Beobachtung, daß an der Grenze der Schwingungsbereiche die kurzwelligen Schwingungen bisweilen nicht sogleich nach dem Einschalten, sondern erst geraume Zeit später einsetzen. Die gleiche Erscheinung ist auch von anderer Seite und unter anderen Verhältnissen beobachtet worden (5).

Die gerade in mehreren Viertelwellen schwingende Gitterleitung besitzt eine verhältnismäßig starke Strahlungsdämpfung. Um dieselbe herabzusetzen und eine größere Schwingungsintensität zu erzielen, wurde das in den ersten Versuchen benutzte Parallelsystem an Gitter und Kathode angeschlossen. Auch hierbei ergaben sich periodische Schwankungen des Anodenstromes; eine Steigerung der Energie war hingegen nicht zu beobachten. Der Verlauf von I_a als Funktion von der Abstimmung ist für die gleichen Betriebsverhältnisse wie bei Kurve 3 aus Fig. 4 zu erkennen. Ersichtlich sind die Minima infolge der verminderten Dämpfung schärfer, es zeigt sich aber, daß bei Resonanz ein Absinken des Anodenstromes stattfindet. Daraus ist zu schließen, daß die Wirkung des Abstimmsystems lediglich auf Energieentziehung beruht, und dasselbe dürfte auf die abgestimmte Gitterzuleitung zutreffen. Deren verstärkende Wirkung beruht dann nur auf einer Erhöhung der Strahlung oder einer festeren Koppelung mit dem Lechersystem.

„Gill und Morrel-Schwingungen höherer Frequenz“, wie sie zu erwarten sind, falls die kurzwelligen Schwingungen „Barkhausen-Kurz-Schwingungen höherer Frequenz“ darstellen, wurden in keinem Fall beobachtet. Auch dieser Umstand

spricht dafür, daß die vorliegenden Schwingungen eine andere Ursache haben, als reine Elektronenpendelungen im Sinne von Barkhausen-Kurz.

In Fig. 5, Taf. XXVI ist der zur Erzeugung von Wellen von 13—18 cm Länge geeignete Oszillator abgebildet. Ein abstimmbares Anoden-Kathodensystem ist fortgelassen, vielmehr ist durch Einschalten einer Drossel vor die Anode dafür gesorgt, daß keine G.-M.-Schwingungen auftreten können. Auf den Gitteranschluß ist ein starker, senkrecht nach oben ge-

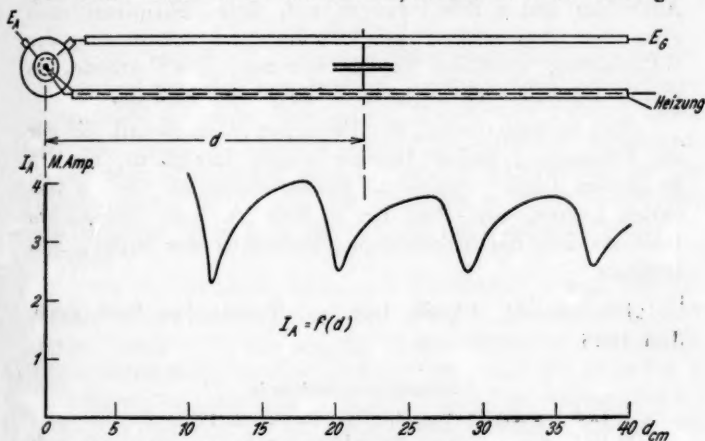


Fig. 4

fürter Kupferdraht mit der zur Abstimmung dienenden Metallscheibe aufgesetzt. Die Schwingungsenergie ist im Vergleich zu Gill und Morrell-Schwingungen nur gering; so ergab das mit dem Detektor des Lechersystems verbundene Spiegelgalvanometer bei fester Ankopplung einen Maximalausschlag von 30 Skalenteilen, während es bei G.-M.-Schwingungen von 36 cm Wellenlänge etwa den 10fachen Ausschlag ergab. Es erhebt sich jedoch die Frage, ob die Angaben des Kristalldetektors bei den hohen Frequenzen noch als zuverlässig gelten können.

Die Schwingungsbereiche wiesen bei den einzelnen Röhren derselben Type geringe Unterschiede auf; Schwingungen zeigten sich jedoch bei allen mir zur Verfügung stehenden Röhren in

gleicher Weise. Als kürzeste Welle konnte ich 13,2 cm messen; dabei war die Heizung von 2,5 Amp. auf den maximal zulässigen Wert von 2,8 Amp. erhöht.

Zusammenfassung

In der Arbeit wird ein Röhrenoszillator beschrieben, mit dem durch Abstimmung eines äußeren Schwingungssystems unter entsprechender Erhöhung der Betriebsspannungen die Wellenlänge bis auf 36 cm stetig verringert werden kann. Außerdem traten Schwingungen auf, deren Frequenzbereich etwa eine Oktave höher lag, und die durch Abstimmung der Gitterleitung verstärkt werden konnten. Die kürzeste, in diesem Bereich noch meßbare Welle betrug 13,2 cm.

Der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft, die mir die Fortsetzung meiner Untersuchungen ermöglicht, bin ich zu großem Dank verpflichtet. Ferner danke ich meinem verehrten Lehrer, Hrn. Prof. Dr. H. Rau, für sein freundliches Interesse und die bereitwillige Überlassung der Mittel seines Instituts.

Darmstadt, Physik. Inst. der Technischen Hochschule,
Juli 1928.

Literaturverzeichnis

- 1) L. Bergmann, Ann. d. Phys. 85. S. 961. 1928.
- 2) H. E. Hollmann, Radio-Umschau S. 177. 1927; vgl. auch A. Deubner, Ann. d. Phys. 84. S. 429. 1927.
- 3) H. E. Hollmann, Ann. d. Phys. 86. S. 129. 1928.
- 4) H. E. Hollmann, Elektrische Nachrichtentechnik 5. Juli 1928.
- 5) E. Pierret, Compt. rend. 184. S. 1428. 1927.

Nachtrag bei der Korrektur

In der Comptes rendus 186. S. 1284. 1928 beschreibt E. Pierret Schwingungen, die er mit denselben Röhren im gleichen Frequenzbereich erhielt, und die daher ihrer Natur nach mit den vorstehend beschriebenen identisch sein dürften. Pierret arbeitet indessen mit einem Doppelooszillator mit 2 Röhren; seine Anschauung, die kurzwelligen Schwingungen entstünden durch eine Rückwirkung (réaction) zwischen beiden Röhren ist dann aber nach vorstehendem nicht aufrecht zu halten.

(Eingegangen 16. Juli 1928)

5. Die Energieverteilung im kontinuierlichen Spektrum des Aluminium-Unterwasserfunken¹⁾; von Ilse Wyneken

1. Einleitung

Der unter Wasser zwischen Metallelektroden übergehende Funke erfreut sich als kräftige kontinuierliche ultraviolette Lichtquelle steigender Verwendung [Henri, Gerlach(1)]. Indes ist die wahre Energieverteilung noch durchaus unbekannt. Von ihrer Bestimmung sind Fingerzeige zu erwarten für die Beantwortung der Frage der Entstehung dieses Spektrums, insbesondere ob es sich um eine Art von Temperaturstrahlung handelt.

Als Elektrodenmaterial wird gewöhnlich wegen der geringen Zahl störender Linien Aluminium genommen. Nach orientierenden Versuchen mit Kupferelektroden hängt die Energieverteilung nicht wesentlich vom Metall ab, so daß sich die folgenden Untersuchungen auf Aluminium beschränken.

Zur Bestimmung der wahren Energieverteilung wurde die photographisch-photometrische Methode gewählt. Die Messungen wurden ergänzt durch subjektiven Vergleich im langwelligen Gebiet mit Hilfe eines Spektralphotometers. Da das Spektrum sich über einen großen Spektralbereich erstreckt, in welchem die Empfindlichkeit der photographischen Platte in hohem Maße variiert, kann die Intensitätskurve nur durch Vergleich mit einer Lichtquelle bekannter Intensitätsverteilung gewonnen werden. Als solche kommt nur der Kohlebogen in Frage, weil keine andere geeichte Lichtquelle in dem zu untersuchenden Spektralgebiet hinreichende Intensität besitzt.

Die schwarze Temperatur des Kohlebogens ist des öfteren bestimmt worden(2). Mit Hilfe dieser Angaben ist nach dem Planckschen Gesetz die Strahlungsenergie in Abhängigkeit

1) Jenaer Dissertation (I. Teil).

von der Wellenlänge bis auf eine Konstante berechenbar und die Energiekurve als Funktion der Wellenlänge gezeichnet worden.

Aus dem Vergleich der Schwärzungskurven für den Kohlebogen und den Unterwasserfunken bei verschiedenen Wellenlängen läßt sich dann die Energiekurve für den Unterwasserfunken in relativem Maße ermitteln, da ja nicht absolute Energien, sondern nur das Verhältnis der Energie zu der des Kohlebogens bestimmt werden kann. Die *Absolutwerte* der Flächenhelligkeit des Unterwasserfunkens lassen sich daraus noch nicht angeben, da die *Leuchtdauer* unbekannt ist und außerdem die Flächenhelligkeit während des Leuchtens sich ändert.

2. Versuchsanordnung

a) Lichtquellen

Die Lichtquelle, deren Strahlungsenergie untersucht worden ist, ist der Unterwasserfunke in derselben Anordnung und Schaltung, die E. v. Angerer und G. Joos (3) beschreiben. Jedoch ergab sich folgende Schwierigkeit: Da die Stromzuführung in der dort beschriebenen Ausführung durch die zum Nachstellen der Elektroden dienenden Gewinde ging, die praktisch keinen vollkommenen Kontakt geben, entstand ein Funkenübergang innerhalb der Gewinde, wodurch diese zerstört wurden. Die Stromzuführung auf die Elektrodenhalter erfolgte deshalb durch Schleifkontakt, und die Elektroden selbst wurden in kleinen Bohrfuttern gehalten, wodurch eine gute Anlagefläche der Elektroden an die Halter gewährleistet war.

Die Elektroden bestanden aus Aluminiumdraht von 1,9 mm Durchmesser und 40 mm Länge außerhalb der Elektrodenhalter. Nach etwa $1\frac{1}{2}$ —2stündigem Funkenübergang waren sie verbraucht und mußten erneuert werden.

Um die Elektrodenhalter vor Wasser zu schützen und das Austreten des Wassers aus dem Trog durch die Gewinde zu verhüten, waren über die Elektrodenhalter und die Durchführungsstellen in dem Kasten Hartgummibuchsen geschraubt, die mit Gummischeiben gedichtet waren. Diese Buchsen hatten aufgeschraubte Kappen, die durch den Funken stark ausgefressen wurden und deshalb so eingerichtet waren, daß sie leicht erneuert werden konnten. Dadurch war ebenfalls ein bequemes

Erneuern der Gummischeiben in den Kappen möglich, die einen Wassereintritt in die Buchsen an den Elektroden vorbei verhindern sollten.

Um stets reines Wasser zu haben, wurde der Inhalt des Troges durch fließendes destilliertes Wasser stetig erneuert; denn eine eventuelle selektive Absorption der kolloidalen Teilchen des zerstäubten Elektrodenmaterials könnte den Verlauf der Schwärzungskurven fälschen. Die Strömungsgeschwindigkeit schwankte zwischen 0,2 und 0,4 l/min.

Um von eventueller Absorption der Wasserschicht frei zu sein, wurden Vergleichsaufnahmen gemacht, in denen die Wasserschicht zwischen den Elektroden und dem Quarzfenster des Troges verdoppelt wurde, d. h. das Quarzfenster wurde statt innerhalb des Troges an der Außenwand angebracht.

Die Bogenlampe war eine selbstregulierende Lampe. Es wurden zu den Aufnahmen die von Patzelt (a. a. O.) untersuchten reinen Graphitkohlen T. 11¹⁾ verwandt, die im Gegensatz zu den gewöhnlichen Bogenlampenkohlen nur eine geringe Anzahl von Emissionslinien aufweisen.

Um die intermittierende Lichtquelle, den Unterwasserfunken, mit der kontinuierlichen, dem Kohlebogen, wenigstens annähernd vergleichen zu können, wurde eine rotierende Blende vor den Kohlebogen gebracht. Auf die rotierende Blende soll unten eingegangen werden.

b) Intensitätsmarken

Um gleichzeitig mit den Aufnahmen die Intensitätsmarken zu erhalten, wurde das von G. Hansen (4) angegebene Stufenblendenverfahren angewandt.

Die Versuchsanordnung ist folgende (Fig. 1):

Der Unterwasserfunken (L_i) steht im Brennpunkte einer kurzbrennweitigen Linse (L). Das parallele Strahlenbündel fällt auf eine Mattscheibe (M), um eine möglichst gleichmäßige Beleuchtung der Stufenblende (S) zu bekommen. Die Stufenblende wird nun durch einen Achromaten (A) auf den Spalt (Sp) des Spektrographen abgebildet. Mit einer Zylinderlinse (Z) vor dem Achromaten, deren Achse vertikal steht, wird das Bild

1) Die Kohlen wurden von Gebr. Siemens, Berlin-Lichtenberg, bezogen.

der Stufenblende parallel zur Grundlinie der Stufen derart zu einer Lichtstreifenfolge auseinandergezogen, daß die Intensität der Länge der entsprechenden Stufe proportional ist. Die Brennweite der Zylinderlinse muß so gewählt sein, daß Stufenblende und Achromat im Verhältnis zur Zylinderlinse in konjugierten Ebenen liegen.

Die Stufenblende ist so eingerichtet, daß die Längen je zweier aufeinanderfolgenden Stufen, damit auch die Intensi-

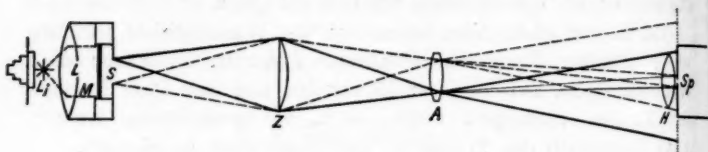


Fig. 1

täten, ein konstantes Verhältnis haben, was für die später zu besprechende Auswertung von großer Bedeutung ist.

In dem Spektralgebiet von 4500 bis 3800 ÅE wurde ein Glasachromat verwandt, da er in diesem Wellenlängenbereich über ein größeres Gebiet besser achromatisch ist als ein Quarz-Flußspatachromat.

Die Vignettierungsverhältnisse für die Stufenblendenanordnung wurden nach den Angaben von A. v. Hippel(5) und K. Schachtschabel(6) berechnet und der Achromat in entsprechender Weise abgeblendet. Die Justierung der Stufenblendenanordnung mußte mit größter Sorgfalt vorgenommen werden, da sich eine schlechte Justierung sofort in Unregelmäßigkeiten der Photometerkurven bemerkbar machte.

Der Spektrograph hatte ein Cornuprisma, schräge Kassette, Linsen mit der Brennweite von 25 cm und einer Öffnung von 2,5 cm. Die Dispersion beträgt für

$$\lambda = 3090 \text{ ÅE } 40 \text{ ÅE pro Millimeter}$$

$$\lambda = 2537 \text{ „ } 18 \text{ „ „ „}$$

$$\lambda = 2370 \text{ „ } 12 \text{ „ „ „}$$

Untersucht wurde photographisch das Spektralgebiet von 4500 bis 2400 ÅE. Beide Lichtquellen wurden mit der Stufenblendenanordnung photographiert, um möglichst viele Punkte und damit eine größere Genauigkeit zu bekommen.

In dem Gebiet von 2700 bis 2400 ÅE ist die Intensität des Kohlebogens bereits so gering, daß man mit der beschriebenen Stufenblendenanordnung stundenlange Belichtungen braucht, um eine derartige Schwärzung zu bekommen, daß man sich im linearen Teil der Schwärzungskurve der Platte befindet.

Die Cyanbanden im Kohlebogen zwischen 4200 und 3600 ÅE sind aber bei dieser intensiven Belichtung schon so stark, daß Reflexe innerhalb des Spektrographen, die bei normaler Belichtungszeit nicht sichtbar werden, sich störend in dem Gebiet zwischen 2600 und 2400 ÅE überlagern. Deshalb wurde eine Quarzküvette mit Nitrosodimethylanilin (7) in den Strahlengang sowohl des Bogens als auch des Funkens gebracht, um das sichtbare Licht bis zu 3500 ÅE hinunter zu absorbieren.

Für die letzten 100 ÅE (2500 bis 2400 ÅE) mußte infolge ungenügender Intensität der Kohlebogen ohne Intensitätsmarken direkt aufgenommen werden, während der Unterwasserfunken weiter in der angegebenen Weise durch die Stufenblende geschwächt wurde.

3. Gang einer Aufnahme

Nachdem die Apparatur okular auf gute Justierung geprüft war — die letzten Justierungseinheiten waren allerdings erst auf der Platte zu erkennen —, wurde zunächst der Kohlebogen mit vorgesetztem rotierendem Sektor aufgenommen. Die Rotationsgeschwindigkeit wurde so einreguliert, daß die Zahl der Unterbrechungen pro Sekunde ungefähr der Funkenfolge entsprach. Die Belichtungszeiten betrugen je nach dem untersuchten Spektralgebiet 2 Minuten bis 8 Stunden (letzte Zahl für $\lambda = 2500$ ÅE).

Darauf wurde der Kohlebogen und der rotierende Sektor entfernt und an seine Stelle der Unterwasserfunken gesetzt. Zur Entfernung von kolloidalen Zerstäubungsprodukten wurde der Trog mit langsam durchströmendem, destilliertem Wasser gespeist (Strömungsgeschwindigkeit 0,2—0,4 Liter pro Minute).

Um die Wellenlängen genauer zu markieren, wurde auf der Platte anschließend an die kontinuierlichen Spektren eine Aufnahme des Kupferbogens gemacht, dessen Linien zusammen

mit den im Unterwasserfunken vorhandenen Absorptionslinien und vereinzelt Emissionslinien des Kohlebogens zur Wellenlängenbestimmung diene.

Jede Platte, die zur Photometrierung kommen sollte, wurde zuerst senkrecht zur Dispersionsrichtung im Übersetzungsverhältnis 1:10 mit dem lichtelektrischen Registrierphotometer des Institutes(8) photometriert, um zu kontrollieren, ob die einzelnen Stufen horizontal verlaufen. Eine Photometerkurve einer Aufnahme mit schlechter Justierung der Stufenblendenanordnung, senkrecht zur Dispersionsrichtung photometriert, zeigt keinen wagerechten Verlauf der einzelnen Stufen. Findet man einen gleichmäßigen Gang in dieser Unregelmäßigkeit, so kann man mit Sicherheit auf eine ungleichmäßige Beleuchtung der Stufenblende schließen.

Dann wurden die 8 Stufen des Unterwasserfunken- und des Kohlebogenspektrums nacheinander in der Dispersionsrichtung im Verhältnis 1:1 photometriert. Nach den 16 Stufen mußte die Photometrierung der ersten noch einmal wiederholt werden als Kontrolle für die Konstanz der Empfindlichkeit des Photometers. Nur solche Platten, bei denen sich die Photometerkurve der ersten Stufe mit der am Schlusse wiederholten Photometrierung der ersten Stufe vollkommen decken, gelangten zur weiteren Auswertung.

4. Auswertung

- a) Allgemeines über den photometrischen Vergleich intermittierender und kontinuierlicher Lichtquellen

Für das Auswertungsverfahren ist von entscheidender Bedeutung, inwieweit die mit dem Kohlebogen gewonnene Eichkurve (Schwärzung—Intensität) sich auf den diskontinuierlichen Unterwasserfunken anwenden läßt.

Auf keinen Fall darf man so vorgehen, daß man den kontinuierlichen Kohlebogen mit dem Unterwasserfunken vergleicht. Aus diesem Grunde wurde wenigstens durch Einschalten eines rotierenden Sektors annähernd dieselbe Zahl von Unterbrechungen pro Sekunde wie beim Unterwasserfunken hergestellt. Es ist aber zu bedenken, daß das Intermittenzverhältnis, d.h. das Verhältnis der Zeiten „Hell:Dunkel“ in beiden Lichtquellen sehr verschieden ist. Im allgemeinen

lauten die Angaben dahin, daß dieses Intermittenzverhältnis keinen ernstlichen Einfluß auf die Eichkurve ausübt. So sagt insbesondere L. S. Ornstein (9), aus dessen Schule eine große Anzahl photographisch-photometrischer Intensitätsmessungen hervorging, zur Frage des Vergleichs von Funken und Bogen: „Bei Funken und Geissleröhren gibt dies Schwierigkeiten. Diese kann man leicht überwinden, indem man durch eine rotierende Scheibe der kontinuierlichen Lichtquelle dieselbe Intermittenz gibt, wie sie das Rohr hat.“

Im Gegensatz dazu ergaben die Aufnahmen von Unterwasserfunken und Bogen eine verschiedene Neigung der Eichkurven, welche eine besondere Korrektur erforderlich machte. Diese Korrektur wurde in folgender Weise gewonnen.

Experimentell festgestellt wurde die Gleichheit der Schwärzung einer Stufe des Unterwasserfunkens mit einer bestimmten Stufe des Kohlebogens an einer Wellenlänge λ und mit einer anderen Stufe an einer Wellenlänge λ' . Gibt man allen auf den Unterwasserfunken bezüglichen Größen den Index 1, allen auf den Kohlebogen bezüglichen den Index 2, so gelten im normalen Expositionsgebiet, das ausschließlich benutzt wurde, nach dem bekannten Schwärzungsgesetz die Gleichungen:

$$(1) \begin{cases} S_1 = a_1 \log J_1 + b_1 \log t_1 + C_1 = S_2 = a_2 \log J_2 + b_2 \log t_2 + C_2 \\ S'_1 = a'_1 \log J'_1 + b'_1 \log t'_1 + C'_1 = S'_2 = a'_2 \log J'_2 + b'_2 \log t'_2 + C'_2. \end{cases}$$

Bekannt ist das Verhältnis von J_2 zu J'_2 und gesucht das Verhältnis von J_1 zu J'_1 .

Berücksichtigen wir noch, daß $t_1 = t'_1$ und $t_2 = t'_2$ als Belichtungszeiten einerseits des Unterwasserfunkens, andererseits des Kohlebogens von ein und derselben Aufnahme nur an verschiedenen Wellenlängen, so folgt durch Subtraktion der Gleichungen (1):

$$(2) \begin{cases} a_1 \log J_1 - a'_1 \log J'_1 + (b_1 - b'_1) \log t_1 + C_1 - C'_1 \\ = a_2 \log J_2 - a'_2 \log J'_2 + (b_2 - b'_2) \log t_2 + C_2 - C'_2. \end{cases}$$

Damit überhaupt ein photometrischer Vergleich zwischen beiden Arten von Lichtquellen möglich ist, müssen folgende Voraussetzungen erfüllt sein:

$$(C_1 - C'_1) = (C_2 - C'_2) \quad \text{oder} \quad (C_1 - C_2) = (C'_1 - C'_2),$$

d. h. der Unterschied in der absoluten Empfindlichkeit zwischen den beiden intermittierenden Lichtquellen darf nicht von der Wellenlänge abhängen. Nach Weber(10) ist die Empfindlichkeit schon unabhängig von der Intermitzenz, so daß diese Annahme für den Gang mit der Wellenlänge eine Differenz zweiter Ordnung ist.

E. Kron(11) hat die Abhängigkeit des Koeffizienten b von der Wellenlänge in einem kleinen Spektralbereich untersucht und keine Abhängigkeit gefunden. Da auch hier nur kleine Spektralbereiche gleichzeitig zur Auswertung gelangen, kann $b_1 = b_1'$ und $b_2 = b_2'$ gesetzt werden.

Endlich ist in dieser Arbeit experimentell festgestellt worden, daß bei nicht zu großem Intervall $a_1 = a_1'$ und $a_2 = a_2'$ ist, d. h. daß die Gradation bei den beiden Lichtquellen sich nur wenig mit der Wellenlänge ändert, so daß die Gleichung (2) sich vereinfachen läßt in:

$$(3) \quad \frac{J_1}{J_2'} = \left(\frac{J_2}{J_2'} \right)^{\frac{a_2}{a_1}}.$$

Bezeichnet man die wahre Intensität des Kohlebogens mit K_2 und K_2' , und schwächt die betreffende Stufe der Blende die Intensitäten K_2 und K_2' auf den m - und m' -ten Teil, so ist

$$S_1 = S_2 \quad \text{für} \quad J_2 = \frac{K_2}{m}$$

und

$$S_1' = S_2' \quad \text{für} \quad J_2' = \frac{K_2'}{m'}$$

Setzen wir die Werte für J_2 und J_2' in Gleichung (3) ein, so erhalten wir:

$$(4) \quad \frac{J_1}{J_1'} = \left(\frac{m'}{m} \right)^{\frac{a_2}{a_1}} \cdot \left(\frac{K_2}{K_2'} \right)^{\frac{a_2}{a_1}}.$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich das Verhältnis der Strahlungsenergien für den Unterwasserfunken an zwei verschiedenen Wellenlängen. Die Strahlungsenergien sind also nur bis auf eine Konstante bestimmt.

Das untersuchte Spektralgebiet wurde in einzelne kleinere Gebiete unterteilt, da die Stufenblendenanordnung nur für einen kleinen Wellenlängenbereich scharf zeichnet.

Die Wellenlänge $\lambda = 2905 \text{ \AA}$ war auf verschiedenen Platten vorhanden, so daß der Maßstab so festgelegt wurde, daß die Strahlungsenergie J_1' für $\lambda = 2905 \text{ \AA}$ gleich 1 gesetzt wurde.

Die weiteren Werte lassen sich dann aus (4) berechnen.

b) Spezielle Auswertung der Photometerkurven

Die 16 Photometerkurven, die durch die Photometrierung der je 8 Stufen von Unterwasserfunken und Kohlebogen in der

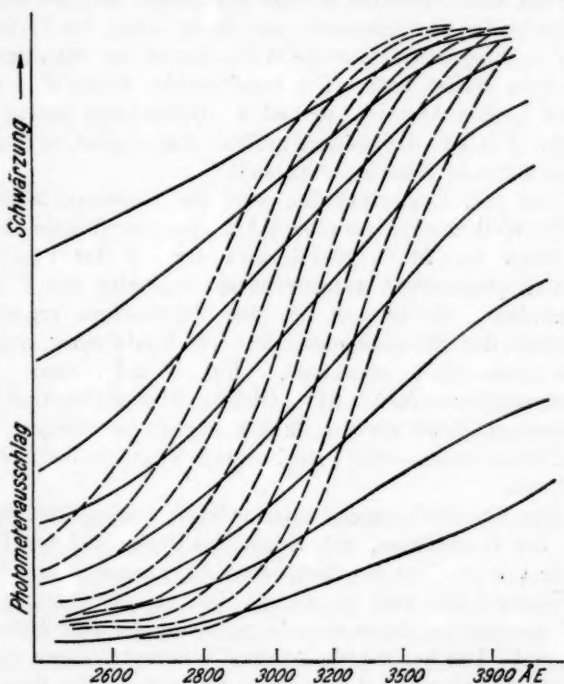


Fig. 2

Dispersionsrichtung gewonnen worden sind, wurden mit Hilfe einer Projektionslampe vierfach vergrößert gezeichnet. Man brachte die auf den Platten angebrachten Marken, d. h. die einzelnen Spektrallinien zur Deckung und zeichnete unter Aus-

gleich der kleinen Schwankungen nacheinander diese 16 Kurven auf Koordinatenpapier übereinander.

Fig. 2 gibt eine solche ausgeglichene Kurvenschar. Die ausgezogenen Kurven sind die des Unterwasserfunkens, die punktiert gezeichneten die des Kohlebogens.

Man kann deutlich erkennen, daß die Kurven für den Kohlebogen steiler als die des Unterwasserfunkens verlaufen, d. h. die Strahlungsenergie des Kohlebogens klingt rascher ab als die des Unterwasserfunkens. Die Punkte gleicher Schwärzung von Unterwasserfunken und Kohlebogen sind die Schnittpunkte beider Kurvenscharen, aus denen schon das Verhältnis der Strahlungsenergie für die Wellenlängen der Schnittpunkte berechnet werden kann. Die Schnittpunkte haben aber einen relativ großen Abstand, so daß die Genauigkeit gering sein würde. Um eine bei weitem größere Genauigkeit zu erzielen, wurde folgende Methode angewandt:

Aus dem Kupferspektrum wird die Dispersion bestimmt, um die Wellenlängen auf etwa 5 ÅE. genau angeben zu können.

Etwa von 70 zu 70 ÅE. wird der auf der Platte des Registrierphotometers aufgezeichnete Ausschlag des Elektrometerfadens, wie er sich aus den Zeichnungen ergibt, als Funktion der Stufennummer für den Kohlebogen und den Unterwasserfunken gezeichnet. Fig. 3 zeigt eine solche Schwärzungskurve für $\lambda = 3195$. Gleichen Photometerausschlägen entsprechen dabei gleiche Schwärzungen; im übrigen kann der Photometerausschlag eine beliebige Funktion der Schwärzung sein.

Das Verhältnis zweier aufeinander folgender Stufenlängen bzw. der Intensitäten, mit denen die Stufen auf der Platte belichtet werden, ist bei dem gewählten geometrischen Abfall der Stufenblende eine Konstante. Die als Abszisse gewählte Stufennummer ist daher dem Logarithmus der Intensität proportional. Der horizontale Abstand zweier beliebiger Punkte gleicher Schwärzung, d. h. gleicher Ordinaten, gibt dann das Verhältnis der zugehörigen Intensitäten an. Ist der horizontale Abstand der beiden Schwärzungskurven für Unterwasserfunken und Kohlebogen konstant, so ist auch das Verhältnis der Intensitäten für gleiche Photometerausschläge längs der ganzen Kurve konstant. In Wirklichkeit ergab sich infolge der ver-

schiedenen Gradation a keine strenge Konstanz dieser Abstände, d. h. das Intensitätsverhältnis hing von der Stelle der Kurve ab, an welcher gemessen wurde.

Wir legen also Parallelen zur Abszissenachse, auf der die Stufen aufgetragen sind, und bestimmen die Länge dieser Parallelen in Stufen. Diese so erhaltene Stufendifferenz wird durch Division der ihnen entsprechenden Stufenlängen umgerechnet auf das Intensitätsverhältnis m zwischen Kohlebogen

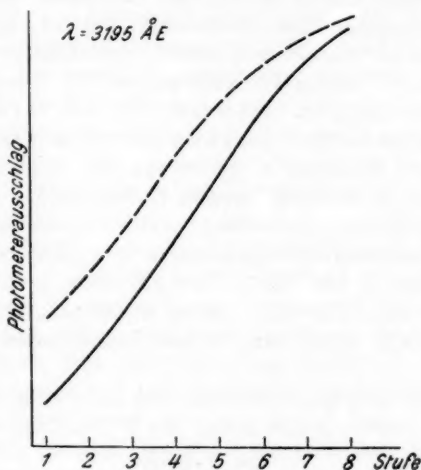


Fig. 3

und Unterwasserfunken für eine bestimmte Wellenlänge, bzw. m' für eine zweite Wellenlänge.

Da dieses Intensitätsverhältnis durch die verschiedene Gradation nicht konstant ist, wurde die in Gleichung (3) angegebene Korrektur angebracht, die diese Abweichungen im wesentlichen aufhob, so daß innerhalb der Meßfehler Konstanz eintrat. Es werden also die Größen m und m' , bzw. das Verhältnis m'/m für zwei bestimmte Wellenlängen durch den Exponenten a_2/a_1 korrigiert und der Mittelwert für das betreffende

Wellenlängenpaar gebildet, da ja das Verhältnis $\left(\frac{K_2}{K_2'}\right)^{\frac{a_2}{a_1}}$ konstant ist.

Es wird nun nach Gleichung (4) das Intensitätsverhältnis des Unterwasserfunktens an den beiden Wellenlängen ausgerechnet. Endlich werden unter Berücksichtigung der Festsetzung des Maßstabes, daß J_1' für $\lambda = 2905 \text{ \AA E.}$ gleich 1 gesetzt ist, die sich so ergebenden relativen Intensitäten als Funktion der einzelnen Wellenlängen aufgetragen.

5. Messungen im sichtbaren Spektralgebiet

Um einen Überblick über die Energieverteilung auch im Wellenlängengebiet von $6500\text{--}4500 \text{ \AA E.}$ zu haben, wurde dieser Bereich okular mit einem Spektralphotometer nach König und Martens(12) ausgewertet, für dessen leihweise Überlassung ich Hrn. Geheimrat Prof. Dr. Zenneck, Technische Hochschule München, zu wärmstem Danke verbunden bin.

Je eine Mattscheibe wurde von Unterwasserfunktens und Kohlebogen gleichmäßig beleuchtet, diese beiden Mattscheiben dann in die Eintrittspupille des Spektralphotometers abgebildet.

Die Konstanz des Kohlebogens war nicht sehr gut. Es wurden deshalb von 100 zu 100 \AA E. über das ganze Gebiet von $6500\text{--}4200 \text{ \AA E.}$ nacheinander die Winkel, für die gleiche Helligkeit vorhanden war, in zwei benachbarten Quadranten bestimmt.

Es gilt nach den bekannten Gleichungen für das Spektralphotometer, daß für eine bestimmte Wellenlänge

$$(5) \quad J = K \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha,$$

wobei J wieder die Intensität des Unterwasserfunktens, K die des Kohlebogens bedeuten. Für eine zweite Wellenlänge gilt ebenso

$$(6) \quad J' = K' \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha'.$$

Also ist

$$(7) \quad \frac{J}{J'} = \frac{K}{K'} \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha'}.$$

K/K' ergibt sich wieder aus der Planckschen Formel. J' ist die Intensität des Unterwasserfunktens für $\lambda = 4500 \text{ \AA E.}$ Sie wurde ermittelt zu 0,32 aus der Kurve, die sich aus den Messungen für das ultraviolette Gebiet ergeben hatte.

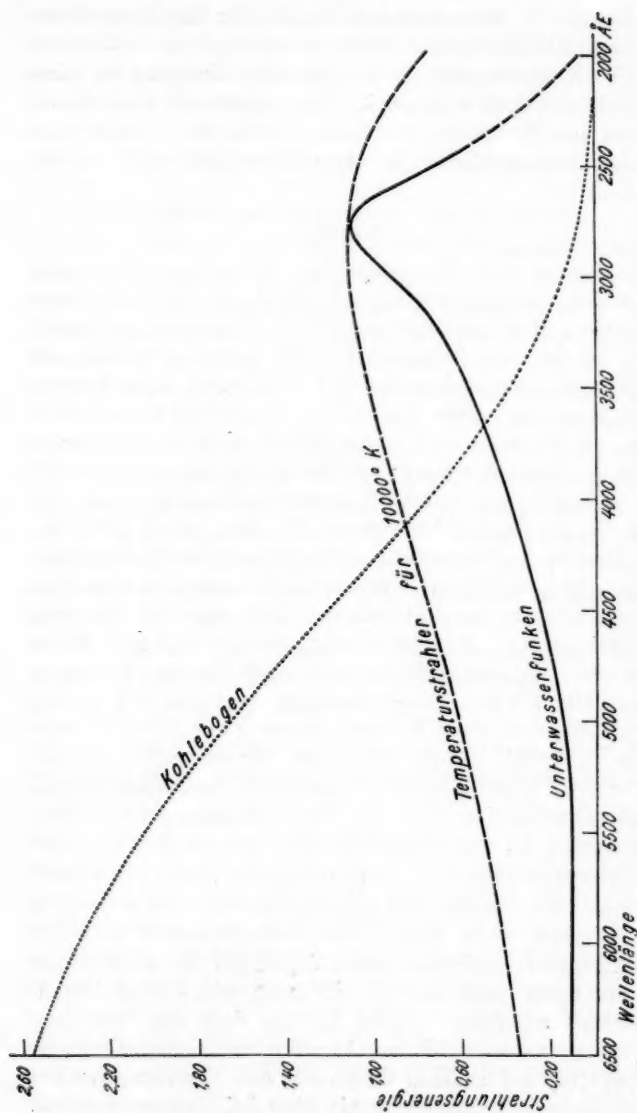
Jeder Punkt der Kurve ist das Mittel aus 12 Ablesungen. Die Mitteilung erfolgte erst über das Verhältnis von $\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha'}$, da

nur dann nicht vorausgesetzt wird, daß der Kohlebogen über sämtliche 12 Meßreihen gleich hell brennt; es wird nur konstant über eine Meßreihe verlangt. Auch diese Konstanz ist allerdings sehr wenig gewährleistet. Doch reicht die Genauigkeit aus, um mit Sicherheit zu erkennen, daß der Anstieg zum Maximum vom Sichtbaren her monoton erfolgt.

6. Ergebnis

In Fig. 4 sind die gefundenen Werte der Strahlungsenergie des Unterwasserfunkens als Funktion der Wellenlänge aufgetragen. Die punktiert gezeichnete, allmählich abfallende Kurve ist die zum Vergleich benutzte Energieverteilung des Kohlebogens, berechnet nach Patzelt (a. a. O.) unter der Annahme einer schwarzen Temperatur von 3775°K . An sich können die Maßstäbe der beiden Kurven nicht miteinander in Beziehung gebracht werden; um jedoch für praktische Zwecke einen Anhalt zu geben, ist die Intensität des Kohlebogens an der Stelle, wo der Kohlebogen zur Erzielung gleicher Schwärzung dieselbe Belichtungszeit erfordert wie der Unterwasserfunkt, gleich der des Unterwasserfunkens gezeichnet worden. In der Kurve für den Unterwasserfunkt zeigt sich ein deutliches Maximum der Energie ungefähr für $\lambda = 2850 \text{ \AA}$. Wenn wir es beim Unterwasserfunkt mit einem Temperaturstrahler zu tun hätten, würde dieses Maximum nach dem Wienschen Verschiebungssatz einer Temperatur von rund 10000°K entsprechen. Es ist deshalb die Kurve für einen Temperaturstrahler von 10000°K zum Vergleich gestrichelt eingezeichnet. Die charakteristischen Züge des Temperaturstrahlers — langsamer Anstieg bis zum Maximum, dann scharfer Abfall — sind beim Unterwasserfunkt ebenfalls vorhanden, jedoch viel stärker ausgeprägt, als daß die Energieverteilung auch nur annähernd durch die eines schwarzen Strahlers dargestellt werden könnte.

Extrapolieren wir den steilen Abfall auf der kurzwelligen Seite der Kurve nach Null hin, so finden wir, daß die Strahlungsenergie ungefähr bei 2000 \AA praktisch den Wert Null erreicht hat, was sich mit den Angaben von H. Stücklen(13) V. Henri(14) und anderen deckt, die den Unterwasserfunkt als kontinuierliche Lichtquelle bis 2100 \AA hinunter angeben.



(Die Maßstäbe für Kohlebogen und Unterwasserfunken sind verschieden!)

Fig. 4

Aufnahmen mit Kupferelektroden statt der Aluminiumelektroden im mittleren Wellenlängengebiet — 3200 bis 2700 ÅE — ergaben keinen, die Fehlergrenzen überschreitenden Unterschied in der Energieverteilung, doch störten hier die zahlreichen Linien.

Man könnte auch noch nach einer Abhängigkeit der Energieverteilung von der Spannung fragen, jedoch ergibt eine einfache Überlegung, daß hier so gut wie keine Variationsmöglichkeiten bestehen. Da für den Funkenüberschlag die Feldstärke maßgebend ist, so würde eine Erhöhung der Funkenspannung durch größere Entfernung der Elektroden am Potentialabfall nichts ändern. Außerdem ist die freie Weglänge etwaiger im Feld beschleunigter Ladungen in der Flüssigkeit sicher außerordentlich klein, so daß die Geschwindigkeit der Ladungen auf diese Weise nicht variiert werden kann.

7. Fehlerquellen

Es bestand die Möglichkeit, daß der steile Abfall der Energieverteilungskurve von 2800 ÅE an nach kürzeren Wellenlängen hin durch eine Absorption des Wassers, bzw. der darin enthaltenen kolloidalen Teilchen vorgetäuscht wurde. Um diese eventuelle Absorption nachzuprüfen, wurde der Trog mit auswechselbaren Quarzfenstern mit kurzem und langem Tubus versehen, so daß die Wasserschicht zwischen den Elektroden und dem Quarzfenster im Verhältnis 1:2 geändert werden konnte.

Es zeigte sich kein Unterschied in den Photometerkurven dieser beiden Aufnahmen mit einfacher und doppelter Wasserschicht, so daß man mit Sicherheit sagen kann, daß der Energieabfall nicht durch Absorption des Wassers, bzw. der darin gelösten Teilchen bedingt ist.

Eine Fehlerquelle liegt in den Unregelmäßigkeiten der Stufen, hervorgerufen durch nicht vollkommen gleichmäßige Ausleuchtung der Stufenblende oder in Unregelmäßigkeiten der photographischen Schicht. Dieser Fehler läßt sich auf ein gewisses Maß beschränken, aber nicht vollkommen beseitigen. Man hat eine Kontrolle über diesen Fehler durch die Photometrierungen jeder Platte senkrecht zur Dispersionsrichtung. Platten, bei denen diese Unregelmäßigkeiten größer waren als

10 Proz. der Schwärzungsunterschiede zweier aufeinander folgender Stufen, wurden nicht ausgewertet. Dieser Unregelmäßigkeit von 10 Proz. entspricht im Endresultat der Strahlungsenergie ein Fehler von ungefähr 5 Proz.

Eine eventuelle Inkonstanz des Photometers, die zu ganz unübersehbaren Fehlern führen würde, wurde durch die Wiederholung der Photometrierung der ersten Stufe kontrolliert. War aber eine momentane Inkonstanz — hervorgerufen durch Schwankungen der Lichtquelle — vorhanden, die sich über die Photometrierung einer oder mehrerer Stufen erstreckte, so konnte sie nicht kontrolliert werden. Dauerte sie aber kürzere Zeit als die Photometrierung einer Stufe in Anspruch nahm, die zweimal in derselben Richtung photometriert wurde, so deckten sich die Photometerkurven nicht, die Photometrierung mußte wiederholt werden.

In den vergrößert übereinander gezeichneten Photometerkurven mußten die Kornschwankungen sowie die Emissions- und Absorptionslinien und die Emissionsbanden ausgeglichen werden. Die hierdurch hereinkommenden Fehler wurden zum Teil behoben durch das Zeichnen der Schwärzungskurven — Photometerausschläge gegen Stufen — für die einzelnen Wellenlängen.

Als systematischer Fehler, der durch die Mittelwertbildung nicht aufgehoben wird, kommt die Unsicherheit durch die verschiedene Gradation hinein, die zwar durch die in § 4 a angegebene Korrektur zum Teil behoben wird. Immerhin sind die Annahmen, auf denen das ganze Verfahren beruht, nicht restlos gesichert, so daß es nützlich ist zu überlegen, welcher Unterschied entstünde, wenn man die verschiedene Gradation ganz unberücksichtigt ließe. Die dann eintretende Änderung beträgt 10 Proz., welche wir als maximale Unsicherheit annehmen können.

Jeder Punkt der endgültigen Energieverteilungskurve des Unterwasserfunkens ergibt sich als Mittelwert vieler einzelner Werte, die aus den Schwärzungskurven ausgerechnet werden. Die Abweichungen der einzelnen Werte von dem Mittelwert betragen ungefähr 8 Proz.

Durch das Zeichnen der ausgeglichenen Kurve wird der Fehler der für die einzelnen Wellenlängen gefundenen Energie-

werte sehr stark weiter reduziert, so daß der durch Meßungenauigkeiten bedingte Fehler 5 Proz. kaum übersteigen dürfte.

8. Zusammenfassung

Es ist die Energieverteilung des Unterwasserfunkspektrums aus dem Vergleich mit der bekannten Energieverteilung des Kohlebogens photographisch-photometrisch ermittelt worden. Ein deutliches Maximum bei 2850 ÅE, das dem 3,5fachen Werte der bei 4500 ÅE herrschenden Energie entspricht, würde, wenn wir es mit einem Temperaturstrahler zu tun hätten, auf eine Temperatur von 10000° K schließen lassen. Jedoch verläuft die entsprechende Kurve des schwarzen Strahlers sehr viel flacher.

Eine Abhängigkeit vom Elektrodenmaterial konnte beim Vergleich von Aluminium und Kupfer nicht nachgewiesen werden.

Der Abfall der Kurve nach dem äußersten Ultraviolett hin ist nicht durch Absorption des Wassers vorgetäuscht.

Diese Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Universität Jena auf Anregung von Hrn. Prof. G. Joos ausgeführt, dem ich für sein stetes Interesse und zahlreiche Anregungen zu größtem Danke verpflichtet bin.

Ebenso herzlich danke ich Hrn. Geheimrat Prof. Dr. M. Wien für sein großes Interesse am Fortschreiten der Arbeit und für die bereitwillige Unterstützung mit den Mitteln des Instituts.

An dieser Stelle möchte ich auch Hrn. Dr. G. Hansen und Frl. Dr. A. Schrammen für wertvolle Anregungen und Ratschläge meinen herzlichen Dank aussprechen.

Literaturverzeichnis

- 1) W. Gerlach, Festschrift des Phys. Vereins Frankfurt 1924; V. Henri, Phys. Ztschr. 14. S. 516. 1913.
- 2) F. Patzelt, Ztschr. f. techn. Phys. 4. S. 66. 1923; H. Cohn u. M. Guckel, Ztschr. f. Phys. 27. S. 305. 1924.
- 3) E. v. Angerer u. G. Joos, Ann. d. Phys. 74. S. 743. 1924.
- 4) G. Hansen, Ztschr. f. Phys. 29. S. 356. 1924.

- 5) A. v. Hippel, Ann. d. Phys. 80. S. 672. 1926.
- 6) K. Schachtschabel, Ann. d. Phys. 81. S. 929. 1926.
- 7) E. v. Angerer, Handbuch der Experimentalphysik Bd. 21. S. 314.
- 8) G. Hansen, Ann. d. Phys. 78. S. 558. 1925.
- 9) L. S. Ornstein, Phys. Ztschr. 28. S. 688. 1927.
- 10) A. E. Weber, Über die Anwendung des rotierenden Sektors zur photographischen Photometrie. Dissertation München 1913.
- 11) E. Kron, Über das Schwärzungsgesetz photographischer Platten. Publikationen des astrophys. Observ. Potsdam. Bd. 22. Nr. 67. 1913.
- 12) F. F. Martens u. F. Grünbaum, Ann. d. Phys. 12. S. 984. 1903.
- 13) H. Stücklen, Ztschr. f. Phys. 30. S. 24. 1924.
- 14) V. Henri, Phys. Ztschr. 14. S. 516. 1913.

(Eingegangen 6. Juli 1928)

**6. Über die Stromdichte
des normalen Kathodenfalls II;
von M. Reger und R. Seeliger**

Vor einiger Zeit haben wir über Messungen der normalen Stromdichte an Zylinderkathoden berichtet¹⁾, die unter Beachtung aller Vorsichtsmaßregeln durchgeführt waren und, wie wir glauben, die hauptsächlichsten Fehlerquellen früherer Untersuchungen, vor allem nämlich die aus Temperatur- und Randeffekten entspringenden, vermieden haben; sie haben deshalb unseres Erachtens zum erstenmal zu wirklich quantitativ verbürgbaren Zahlenwerten geführt. In der vorliegenden Arbeit haben wir nun nach derselben Methode der „variablen Bedeckungslänge“ weiter Messungen zur Ergänzung nach zwei Seiten hin angestellt. Zunächst schien es wünschenswert zu sein, die Untersuchung auszudehnen auf Kathoden von verschiedener Dicke. Denn trotz der durch die Holmschen Ähnlichkeitsbetrachtungen bereits betonten theoretischen Bedeutung scheinen Untersuchungen über die Abhängigkeit der Stromdichte vom Kathodendurchmesser in einwandfreier Weise überhaupt noch nicht angestellt worden zu sein; Messungen von Güntherschulze an Zylinderkathoden sowohl wie eigene Messungen an Kugelkathoden²⁾ bezogen sich nicht auf dieselbe konstante Kathodentemperatur, sondern nur auf den jeweiligen thermischen Endzustand und sind deshalb, wie man inzwischen erkannt hat, für alle theoretischen Schlüsse nur sehr bedingt zu verwerten. Unsere neuen Messungen, über die hier kurz berichtet werden soll, haben wir nun vorläufig beschränkt auf Eisen als Kathodenmaterial und zuerst Wasserstoff als Füllgas benutzt. Eisen wurde gewählt in Hinblick auf die zweite wünschenswerte Ergänzung, nämlich auf die Messung der Stromdichte in Quecksilberdampf. Denn in Quecksilberdampf

1) R. Seeliger u. M. Reger, Ann. d. Phys. 83. S. 585. 1927.

2) R. Seeliger u. J. Schmekel, Ann. d. Phys. 73. S. 249. 1924.

ist — trotz der Wichtigkeit für eine Reihe technischer Fragen und der besonderen Stellung, die dieser Dampf als Metall-
dampf unter den Gasen einnimmt — die normale Stromdichte
bisher erst einmal, nämlich in einer nunmehr fünf Jahre
zurückliegenden Arbeit¹⁾ von Güntherschulze, gemessen
worden; wenn auch diese Arbeit eine Reihe interessanter
Feststellungen enthält, so können ihre Ergebnisse quantitativ
doch wohl nur als orientierende gelten.

Die Methode der Messungen ist bereits in unserer ersten
Arbeit genau beschrieben worden; die einzige Änderung gegen
früher bestand darin, daß wir zur Veränderung der Strom-
stärke nicht einen mit der Entladung in Serie liegenden
veränderlichen Widerstand, sondern eine auf Sättigung be-
anspruchte Glühkathodenröhre benutzten, deren Anode und
Gitter kurzgeschlossen waren. Im übrigen waren die Messungen
wegen der notwendigen Vorbereitung der Kathode durch Zer-
stäubung ebenso mühevoll und zeitraubend wie früher.

1. Wir hatten früher gefunden, daß sich in dem unter-
suchten Druckbereich von etwa 2—10 mm Hg die Stromdichte
in Abhängigkeit vom Druck darstellen läßt durch einen Aus-
druck von der Form

$$j = a \cdot p^b,$$

wo für eine und dieselbe Dicke der Kathode a und b sowohl
für das Kathodenmaterial als wie für das Gas charakteristische
Konstanten sind. Allgemeiner wird man zu erwarten haben,
daß a und b auch noch vom Durchmesser ($2r$) der Kathode
abhängen und wird insbesondere für b aus den Überlegungen
von Holm anzunehmen haben, daß es — zunehmend mit
zunehmendem r — stets zwischen den Werten 1 und 2 liegt;
für a lassen die bisherigen Messungen nur erkennen, daß es
mit zunehmendem r abnimmt. Unsere neuen Messungen in
Wasserstoff an Eisen konnten durchgeführt werden für die
Drucke zwischen 2 und 10 mm Hg und für Kathodendurch-
messer zwischen 0,5 und 10 mm (gemessen wurde für $r = 0,25$;
0,6; 1,0; 1,5; 2,25; 5,0) und haben nun in der Tat ergeben,
daß sich die Stromdichte darstellen läßt durch einen Ausdruck
der Form

$$j = a(r) \cdot p^{b(r)}.$$

1) A. Güntherschulze, Ztschr. f. Phys. 15. S. 244. 1923.

Die Genauigkeit der Messungen und der formelmäßigen Darstellung ist eine recht große, da die Fehler in j nicht mehr als höchstens 3 Proz. betragen. Nur bei der dünnsten Kathode von 0,25 mm Radius ist die Genauigkeit wahrscheinlich etwas geringer anzusetzen, da sich hier wegen der kleinen Wärmekapazität der Kathode und der großen Stromdichtewerte die Kathode rasch erwärmte und deshalb die Messung der Bedeckungslänge mit größtmöglicher Schnelligkeit vorgenommen

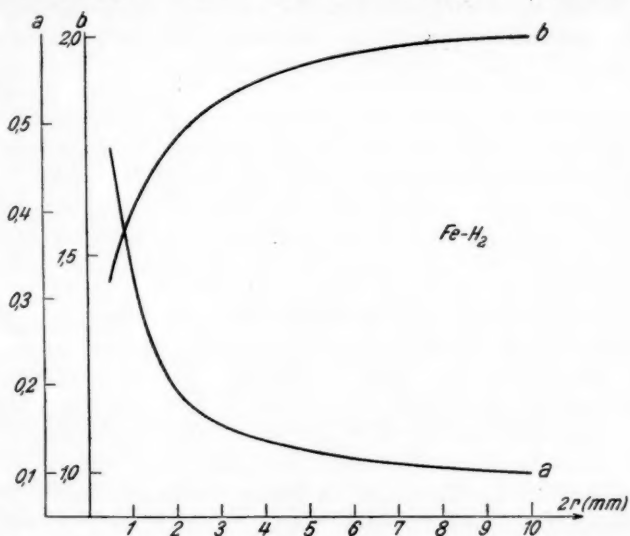


Fig. 1

werden mußte. Für p in mm Hg und j in mA/cm² sind die Werte von a und b in Abhängigkeit von r (mm) in der Fig. 1 angegeben. Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung zeigt an, daß die Voraussetzungen der Ähnlichkeitsbetrachtung hier offenbar sehr gut erfüllt sind; denn wie die Figur zeigt, wird der obere Grenzwert 2 für b tatsächlich genau erreicht und es sind jedenfalls keine Anzeichen dafür vorhanden, daß bei einer zwanglosen Extrapolation dies nicht auch für den unteren Grenzwert 1 der Fall sein würde. Darüber hinausgehend möchten wir allerdings, wie ausdrücklich

bemerkt sei, der hier benutzten einfachen analytischen Darstellung der gemessenen Stromwerte durch unsere Potenzformel vorläufig noch keine tiefere Bedeutung zuschreiben, sondern sie nur als eine recht brauchbare und genaue Formel zur Berechnung der Stromdichte etwa in den Bereichen $0,25 \leq r \leq 5,0$ (mm) und $2 \leq p \leq 10$ (mm Hg) aufgefaßt wissen. Der weiteren Entwicklung der Theorie der Vorgänge im Kathodenfallgebiet muß es vorbehalten bleiben, die Potenzformel vielleicht tiefer zu begründen, vielleicht aber auch, sie durch eine ganz andere (quantitativ gleichwertige) Formel zu ersetzen.

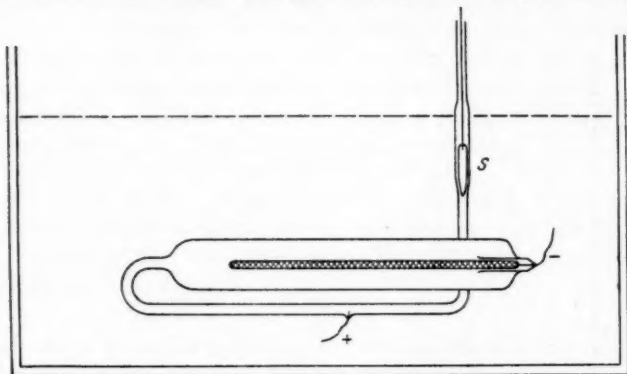


Fig. 2

2. Für die Messungen in Quecksilberdampf wurde die Versuchsanordnung nur dahin abgeändert, daß das ganze Entladungsrohr in einem Bad aus elektrisch geheiztem Öl untergebracht war. Nach der üblichen Reinigung und Entgasung, die hier natürlich besonders sorgfältig vorgenommen werden mußte, konnte es durch einen (ungefetteten) noch innerhalb des Bades liegenden Innenschliff *S* abgesperrt werden (Fig. 2), so daß sich sicher in seinem ganzen Inneren dieselbe konstante Dampfdichte einstellte. Um eine gleichmäßige Bedeckung der Kathode, mit wachsender Stromstärke vom Kathodenende her wachsend, zu erzielen, mußte die Anode wie aus der Figur ersichtlich, in einem genügend langen Ansatzrohr untergebracht werden. Das Quecksilber wurde nach sorgfältigster Reinigung in solcher Menge in das Entladungsrohr eingefüllt, daß einer-

seits bei allen Temperaturen noch flüssiges Quecksilber als Bodenkörper vorhanden war, andererseits es nicht direkt von der Entladung berührt und dadurch u. U. erwärmt werden konnte. Da die maßgebende Variable nicht der Dampfdruck, sondern die Dampfdichte ist, wurden die aus den Temperaturen des Bades und den Dampfdruckangaben von Knudsen folgenden Dampfdrucke reduziert auf eine Temperatur von 18°C . Unter einen Druck von etwa 2 mm herunterzukommen, war auch in Quecksilberdampf aus den früher bereits geschilderten Gründen nicht möglich; nach oben hin beschränkten wir uns auf Drucke bis zu etwa 6 mm reduziert, die in dem benutzten Ölbad noch zu erreichen waren.

Auch wenn man das Bad langsam anheizt, dauert es nach Erreichung der Endtemperatur des Öles immer noch etwa 10 Minuten, bis auch der Kathodenstab vollständig die Badtemperatur angenommen hat. Es zeigt sich dies darin, daß sich zunächst die Oberfläche des Stabes mit einer Schicht feiner Quecksilbertröpfchen überzieht, die erst nach Verlauf der genannten 10 Minuten wieder abdampft. In einer ersten Versuchsreihe haben wir nun absichtlich nicht so lange gewartet, sondern jeweils kurz vor dem Verschwinden des Quecksilberüberzuges die Stromdichte gemessen. Es dürften die so erhaltenen Werte für manche praktischen Fragen von Interesse sein und — da der Überzug den Eindruck einer vollständigen und homogenen, wenn auch aus einzelnen kleinen Tröpfchen zusammengesetzten Oberflächenbedeckung macht und dies auch durch die gute Proportionalität der Bedeckungslänge mit der Stromstärke zum Ausdruck kommt — die für Quecksilberdampf an Quecksilber charakteristischen darstellen. Die Messungen sind aber naturgemäß nicht sehr genau, da man den Zeitpunkt der Messung, d. h. die Homogenität der Temperatur im ganzen Entladungsrohr nicht in stets ganz derselben Weise festlegen kann; wir haben wohl deshalb auch Abweichungen der Einzelmessungen voneinander bis zum Betrag von etwa 15 Proz. erhalten, es scheint aber auch hier das Potenzgesetz zu gelten. Die Berechnung der Größen a und b führte zu den in Fig. 3 punktiert eingezeichneten Werten. Wir haben sie nur bis herab zu einem Kathodenradius von 1,5 mm eingetragen, da sich bei noch dünneren Kathoden — vermutlich

wegen der zu kleinen Wärmekapazität — der Quecksilberbelag nicht lange genug aufrechterhalten ließ. Wie aus einem Vergleich mit Fig. 1 hervorgeht, ist die Stromdichte unter sonst denselben Bedingungen also für Hg an Hg ungefähr 5—10 mal kleiner (je nach dem Absolutwert des Druckes) als für H an Fe; es ist dies in größenordnungsmäßiger Übereinstimmung

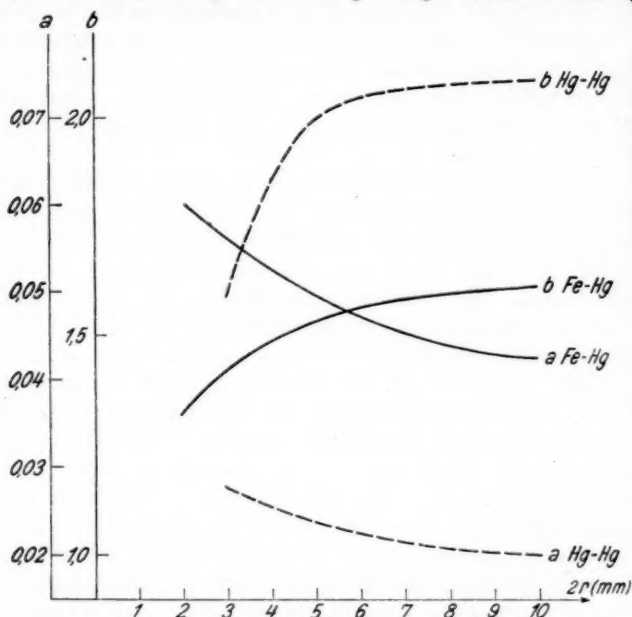


Fig. 3

mit einem schon von Güntherschulze mitgeteilten Befund. Bemerkt sei noch, daß die Genauigkeit dieser Messungen nicht ausreicht, um mit Sicherheit zu entscheiden, ob die bei großen Werten von $2r$ gefundene Überschreitung der theoretischen b -Grenze 2 reell ist.

3. Wenn man nach dem Anheizen des Ölbadcs genügend lange wartet oder einige Zeit die Entladung durch das Rohr gehen läßt und hierdurch die Kathodentemperatur in die Höhe treibt, verschwindet der Quecksilberbelag auf der Kathodenoberfläche wieder vollkommen und man hat es dann also mit

einer Entladung in Quecksilberdampf an reinem Eisen zu tun. Dann kann man natürlich auch wieder die vollkommene Einstellung des thermischen Gleichgewichtszustandes im ganzen Rohr abwarten, so daß die Messungen dieselbe Genauigkeit beanspruchen können wie die oben beschriebenen in Wasserstoff. Unter einen Kathodenradius von 1 mm herabzukommen, ist uns jedoch auch hier nicht gelungen, da die Bedeckung bei den dünnsten Kathoden stets unmittelbar nach der Zündung der Entladung an irgendeiner Stelle aufriß. Bei dieser Gelegenheit sei auch auf eine eigentümliche, des öfteren, wenn auch noch nicht beliebig reproduzierbar beobachtete und deshalb noch genauer zu untersuchende Form der Kathodenbedeckung hingewiesen. Wir glauben nämlich neben der in unseren Messungen erfaßten regulären normalen Kathodenbedeckung in reinem Quecksilberdampf an reinem Eisen noch eine andere Form beobachtet zu haben, die bei relativ sehr kleinen Stromstärken die Kathode schwach leuchtend überzieht. Sie ist vielleicht identisch mit dem in unserer ersten Mitteilung (S. 547) erwähnten „Nebelschwanz“ in Neon und ist deshalb interessant, weil sie auf die Möglichkeit unternormaler Stromdichtewerte hinweist.

Auch in Hg an Fe erwies sich das Potenzgesetz innerhalb der oben genannten Druck- und Kathodendickegrenzen als brauchbar. Die Werte von a und b sind in der Fig. 3 durchgezogen eingetragen und sind ganz verschieden von den für Hg an Hg gefundenen. Bemerkenswert ist, daß b auch bei einem Kathodendurchmesser von 10 mm noch weit entfernt von dem für ebene Kathoden zu erwartenden Wert 2 bleibt und daß es auch keine Neigung zu zeigen scheint, sich mit wachsendem r überhaupt diesem Wert zu nähern.

Zur Orientierung und zur Ergänzung der graphischen Darstellung von a und b seien zum Schluß noch die Stromdichtewerte selbst in mA/cm² in einer Tabelle zusammengefaßt. Sie sind berechnet aus den a - und b -Werten und geben, wie bereits angegeben wurde, für H₂ an Fe und Hg an Fe die gemessenen Stromdichten mit derselben Genauigkeit von 3 Proz. wieder, die wir bei den Messungen erreicht haben; nur für Hg an Hg ist die Genauigkeit geringer und zu nicht mehr als etwa 10 Proz. zu veranschlagen.

Tabelle

Druck in mm Hg	Durchmesser der Kathode in mm							
	0,5	1	2	4	6	8	10	
2	1,32	1,0	0,66	0,54	0,45	0,42	0,4	Fe-H ₂
	—	—	0,154	0,148	0,14	0,137	0,128	Fe-Hg
	—	—	0,07	0,098	0,096	0,09	0,088	Hg-Hg
4	3,6	3,0	2,25	2,0	1,78	1,68	1,6	Fe-H ₂
	—	—	0,38	0,43	0,42	0,42	0,39	Fe-Hg
	—	—	0,176	0,33	0,4	0,39	0,37	Hg-Hg
	6,5	5,8	4,6	4,3	3,9	3,7	3,6	Fe-H ₂
	—	—	0,66	0,76	0,78	0,8	0,76	Fe-Hg
	—	—	0,3	0,7	0,94	0,9	0,88	Hg-Hg
8	9,8	9,3	7,6	7,4	6,9	6,6	6,4	Fe-H ₂
	—	—	—	—	—	—	—	—
	—	—	—	—	—	—	—	—
10	13,8	13,2	11,2	11,1	10,5	10,5	10,0	Fe-H ₂
	—	—	—	—	—	—	—	—
	—	—	—	—	—	—	—	—

Greifswald, 6. Juli 1928.

(Eingegangen 10. Juli 1928)

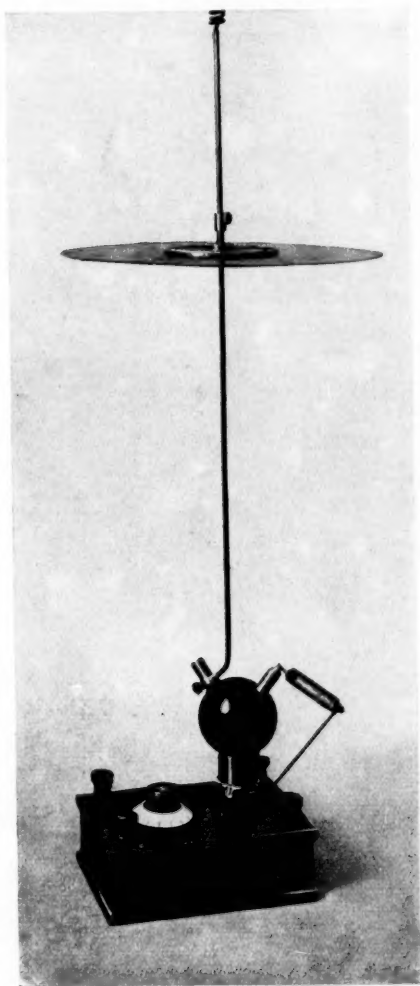


Fig. 5

H. E. Hollmann



